



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

ŘÍZENÍ POHYBU ROTAČNÍHO INVERZNÍHO KYVADLA

CONTROL OF A ROTATIONAL INVERTED PENDULUM

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Ladislav Bednář

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Libor Veselý, Ph.D.

BRNO 2020

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor **Kybernetika, automatizace a měření**

Ústav automatizace a měřicí techniky

Student: Bc. Ladislav Bednář

ID: 186028

Ročník: 2

Akademický rok: 2019/20

NÁZEV TÉMATU:

Řízení pohybu rotačního inverzního kyvadla

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Navrhněte algoritmus polohového řízení pro BLDC motor na platformě CompactRIO.
2. Navrhněte mechanické uspořádání přípravku.
3. Sestavte zjednodušený matematický model přípravku.
4. Navrhněte hardware pro řízení BLDC pomocí FOC.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] Astrom, K. J., Wittenmark, B.: Computer-Controlled Systems: Theory and Design, Prentice Hall, 1996. 555s. ISBN 978-0133148992

Termín zadání: 3.2.2020

Termín odevzdání: 1.6.2020

Vedoucí práce: Ing. Libor Veselý, Ph.D.

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.
předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Abstrakt

Cieľom predkladanej diplomovej práce je modelovanie a návrh prípravku inverzného kyvadla. Rozoberá matematický model rotačného kyvadla, modelovanie BLDC motorov a tiež 3D modelovanie prípravku. Na riadenie kyvadla bol vytvorený jednoduchý riadiaci algoritmus v podobe stavového regulátoru. Spomenuté sú aj spôsoby vyšvihnutia kyvadla do polohy zvislo nahor. Získaný matematický model je použitý na oživenie 3D modelu, za pomoci Simscape toolboxu.

Práca sa zaoberá BLDC motormi a ich riadením v podobe vektorového riadenia. Algoritmus je implementovaný na platforme CompactRIO. Následne je vytvorený návrh hardware s mikrokontrolérom od spoločnosti STMicroelectronics, ktorý je plne schopný nahradiť CompactRIO platformu.

Kľúčové slová

inverzné rotačné kyvadlo, Furuta kyvadlo, matematický model, BLDC motor, CompactRIO, STM, 3D model

Abstract

The goal of this work is modelling and design of an inverted pendulum prototype. The work presents a mathematical model of a rotary pendulum, modelling of a BLDC motors and also a 3D model of the pendulum prototype is present. The work mentions design of the state space controller and swing up control of the inverted pendulum. Dynamics obtained from the mathematical model is used to create a 3D dynamic model of a pendulum, with the use of the Simscape toolbox.

The work deals with control of a BLDC motors with use of vector control. The algorithm is implemented on the CompactRIO platform. Later, hardware is developed, containing STMicroelectronics microcontroller, capable of replacing the CompactRIO platform.

Keywords

inverted pendulum, Furuta pendulum, mathematical model, BLDC motor, CompactRIO, STM, 3D model.

Bibliografická citace:

BEDNÁŘ, Ladislav. *Řízení pohybu rotačního inverzního kyvadla* [online]. Brno, 2020 [cit. 2020-05-16]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/127002>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky. Vedoucí práce Libor Veselý..

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou (bakalářskou) práci na téma „*Řízení pohybu rotačního inverzního kyvadla*“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucí/ho diplomové (bakalářské) práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové (bakalářské) práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové (bakalářské) práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **25.5.2020**

.....
podpis autora

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Ing. Liborovi Veselému, Ph.D za účinnú metodickú, pedagogickú a odbornú pomoc a ďalšie cenné rady pri spracovaní mojej diplomovej práce.

V Brne dňa: **25.5.2020**

.....

podpis autora

OBSAH

1	Úvod	10
2	Pohon	12
2.1	Synchrónny motor	12
2.2	Elektricky komutovaný synchrónny motor s permanentnými magnetmi	12
2.3	Matematický model BLDC motora	13
2.4	Skalárne riadenie	14
2.5	Vektorové riadenie	14
2.5.1	Clarkovej transformácia	15
2.5.2	Parková transformácia	15
2.6	Riadiaci algoritmus pre BLDC	16
3	Matematický model kyvadla	18
3.1	Matematický model pre rotačné axiálne kyvadlo	18
3.1.1	Rotačné matice na prepočet súradníc do subsystémov	19
3.1.2	Rýchlosti	19
3.1.3	Energie systému	20
3.1.4	Dosadenie do Euler-Lagrangovej rovnice	21
3.1.5	Zjednodušenie modelu	21
3.1.6	Lineárna náhrada	23
3.2	Matematický model pre rotačné radiálne kyvadlo	27
3.2.1	Energie systému	27
3.2.2	Dosadenie do Euler-Lagrangovej rovnice	27
3.2.3	Lineárna náhrada	28
3.3	Porovnanie lineárnych náhrad systémov s nelineárnymi modelmi.	29
3.4	Dynamika motora v stavovom popise	31
3.5	Swing up regulácia	32
3.6	Výsledky simulácii	35
4	Implementácia riadenia motora	37

4.1	Parametre motora	37
4.2	Spätná väzba	38
4.3	Prúdová slučka	39
4.4	Polohová a rýchlostná slučka	41
4.5	Popis ovládania programu	43
5	Návrh Hardware	45
5.1	Návrh plošného spoja	45
5.1.1	Napájanie	45
5.2	Spracovanie riadiacich signálov.	46
5.3	Výkonová časť	49
5.3.1	Výkonové tranzistory BSC070N10NS3 G	49
5.3.2	Budenie tranzistorov	50
5.3.3	Meranie prúdu	52
5.4	Mikrokontrolér	55
5.5	Periférie mikrokontroléra	55
5.5.1	Serial Wire Debug - SWD	56
5.5.2	Serial Peripheral Interface - SPI	56
5.5.3	Universal Asynchronous Receiver Transmitter UART	59
5.5.4	Analog to Digital Converter ADC	60
5.5.5	Timer	61
5.6	Realizácia plošného spoja	63
5.7	Brzdny obvod	65
5.8	Plošný spoj pre snímač polohy	67
5.9	Vývojové preostrenia pre firmware	68
5.10	Prípravok kyvadla	70
5.10.1	Simscape	72
6	Záver	74
7	Citované diela	76

Zoznam obrázkov

Obrázok č. 2.1 PMSM s 3 fázami a 6 pólmi [2]	12
Obrázok č. 2.2 Náhradná schéma jednosmerného motora [1]	13
Obrázok č. 2.3 Názorný obrázok vinutia [2]	14
Obrázok č. 2.4 Clarkovej transformácia [2]	15
Obrázok č. 2.5 Parková transformácia [2]	16
Obrázok č. 2.6 Schematické znázornenie riadenia BLDC motora	17
Obrázok č. 3.1 Súradnicové subsystémy a zakótované dĺžky ramien	19
Obrázok č. 3.2 Schematické znázornenie radiálneho rotačného kyvadla	27
Obrázok č. 3.3 Porovnanie pre axiálne kyvadlo v spodnej polohe	30
Obrázok č. 3.4 Porovnanie pre radiálne kyvadlo v spodnej polohe	30
Obrázok č. 3.5 Porovnanie pre axiálne kyvadlo v hornej polohe	31
Obrázok č. 3.6 Porovnanie pre radiálne kyvadlo v hornej polohe	31
Obrázok č. 3.7 Swing up algoritmus	33
Obrázok č. 3.8 Porovnanie metód vyšvihnutia kyvadla	33
Obrázok č. 3.9 Matematické modeli kyvadla odozva z počiatočných podmienok ...	34
Obrázok č. 3.10 Realizácia rovnice (70)	34
Obrázok č. 3.11 Matematické modeli kyvadla odozva na pulz momentu	35
Obrázok č. 3.12 Odozva pre axiálne rotačné kyvadlo	36
Obrázok č. 3.13 Odozva pre radialálne kyvadlo	36
Obrázok č. 4.1 Schematické zapojenie riadenia	37
Obrázok č. 4.2 Priebeh satorových indukčností	38
Obrázok č. 4.3 Prechodová charakteristika d zložky satorového prúdu	40
Obrázok č. 4.4 Priebeh satorového prúdu pri konštantnej záťaži	40
Obrázok č. 4.5 Prechod z koncových stavov snímača polohy	41
Obrázok č. 4.6 Polohová a rýchlostná regulačná slučka - LabVIEW	42
Obrázok č. 4.7 Rýchlostná regulačná slučka - odozva na skokovú zmenu polohy...	43
Obrázok č. 4.8 Polohová regulačná slučka na skokovú zmenu polohy	43
Obrázok č. 5.1 Spínaný zdroj LM2594-5	45
Obrázok č. 5.2 Lineárny zdroj napätia ADM7151-04	46
Obrázok č. 5.3 Zapojenie riadiacich signálov	48
Obrázok č. 5.4 Zapojenie trojfázového meniča	49
Obrázok č. 5.5 Zapojenie budiča MOSFET tranzistorov UCC27712	51
Obrázok č. 5.6 Vnútorne zapojenie snímača prúdu MCA1101	52
Obrázok č. 5.7 Napájanie mikroprocesoru	53
Obrázok č. 5.8 Hviezdicové uzemnenie [19]	54
Obrázok č. 5.9 Zapojenie snímača prúdu	54
Obrázok č. 5.10 Vyvedenie SWD na konektor	56
Obrázok č. 5.11 SPI protokol pre AS5048 [20]	57

Obrázok č. 5.12 Bloková schéma SPI periférie.....	57
Obrázok č. 5.13 Zapojenie SPI zbernice na konektor	58
Obrázok č. 5.14 Bloková schéma UART periférie [21].....	59
Obrázok č. 5.15 Zapojenie UART zbernice	60
Obrázok č. 5.16 Program Saturn PCB Design a výpočty.....	64
Obrázok č. 5.17 Jednotlivé vrstvy plošného spoja.....	64
Obrázok č. 5.18 3D model plošného spoja.....	65
Obrázok č. 5.19 Brzdzenie spodnou vetvou tranzistorov.....	65
Obrázok č. 5.20 Brzdny obvod	66
Obrázok č. 5.21 Napájanie brzdného obvodu	66
Obrázok č. 5.22 Komparačné hladiny.....	67
Obrázok č. 5.23 Kompletný brzdny obvod	67
Obrázok č. 5.24 Doska plošného spoja brzdného obvodu.....	67
Obrázok č. 5.25 Doska plošného spoja pre snímač polohy AS5048	68
Obrázok č. 5.26 Standard JTAG/SWD 20 do 10 vývodov [OLIMEX].....	68
Obrázok č. 5.27 Nastavenie aplikácie Motor Control Workbench	69
Obrázok č. 5.28 Zapojenie periférií v aplikácii STM32CubeMX.....	70
Obrázok č. 5.29 3D model rotačného axiálneho kyvadla.....	71
Obrázok č. 5.30 3D model rotačného radiálneho kyvadla.....	71
Obrázok č. 5.31 Pridanie dynamiky do 3D modelu Simscape.....	72
Obrázok č. 5.32 Ukážka Mechanics Explorer z kyvadlom	73

Zoznam tabuliek

Tabuľka 1 Parametre motora.....	37
Tabuľka 2 Skladba vrstiev plošného spoja.....	63

1 ÚVOD

Diplomová práca sa zaoberá modelovaním a návrhom prípravku inverzného kyvadla. Inverzné kyvadlo patrí medzi jeden zo základných predstaviteľov nelineárnych systémov. Existuje veľa spôsobov akými ich používame aj v reálnom svete, napríklad stabilizácia rakiet či v súčasnosti moderných segway dopravných prostriedkoch. V tejto práci bude inverzné kyvadlo predstavovať prípravok, ktorý bude slúžiť na vzdelávacie účely a vývoj riadiacich algoritmov.

Inverzné kyvadlo je predstavené v podobe rotačného kyvadla v literatúre označované ako „Furuta pendulum“. V prípade tohto kyvadla je prvé rameno kolmo spojené z osou motora a vytvára pohyb, ktorý si môžeme predstaviť ako ručičku hodínok. Druhé rameno je pripojené opäť kolmo k prvému ramenu s jednou voľnosťou pohybu, čo mu umožní rotovať okolo osi prvého ramena. Hmotnosť druhého ramena pôsobí v smere osi motora, to znamená že vytvára axiálnu silu pôsobiacu na motor, preto ho v tejto práci budeme označovať ako axiálne rotačné kyvadlo.

Môžeme si však predstaviť aj prípad, kedy druhé rameno nie je pripojené kolmo k prvému, ale visí na ňom. Model v tomto prípade pripomína dvojité inverzné kyvadlo s aktuátorom v prvom kĺbe. Hmotnosť druhého ramena vytvára silu pôsobiacu radiálne na os motora. Na základe tohto tvrdenia ho v tejto práci budeme označovať ako radiálne rotačné kyvadlo.

Na riadenie polohy kyvadla je nezbytné dôležité poznať jeho dynamiku. Preberaný bude spôsob ako vytvoríme nelineárny model systému pomocou Euler-Lagrangerovej metódy. Pre systém bude vytvorená lineárna náhrada na, ktorý bude navrhnutý stavový regulátor.

Inverzné kyvadlo sa v kľudovom stave nachádza vo zvislej polohe smerom nadol. Aby sa dostalo do polohy zvislo nahor musíme ho vyšvihnúť. V literatúre sa tento dej popisuje ako „swing up“ regulácia. V práci budú rozobrané jednoduché techniky vyšvihnutia.

Prípravok musí obsahovať aktuátor v podobe elektromotora. Na riadenie presnej polohy ktorú si vyžaduje riadiaci algoritmus, kompenzujúci zložitú dynamiku kyvadla, je vhodný synchronný elektromotor. Z viacerých druhov synchronných elektromotorov boli zvolené dva a to BLDC a PMSM. Tieto dva druhy motorov sú v práci ďalej rozoberané a je na ne navrhnutý riadiaci algoritmus.

Riadenie polohy motora je ďalšou súčasťou práce. Rozoberané sú možnosti riadenia tohto typu motorov. Vysvetlený je rozdiel medzi skalárnym a vektorovým riadením motora a vybraný je najvhodnejší spôsob pre aplikovanie na prípravku inverzného kyvadla. Riadiaci algoritmus bude navrhnutý za pomoci platformy CompacRIO. Platforma posluží ako odrazový mostík pre návrh embedded riešenia,

využívajúceho mikrokontrolér od spoločnosti STMicroelectronics ako výpočtovú jednotku. Bude navrhnutá výkonová elektronika pozostávajúca z výkonových tranzistorov zapojených ako trojfázový menič.

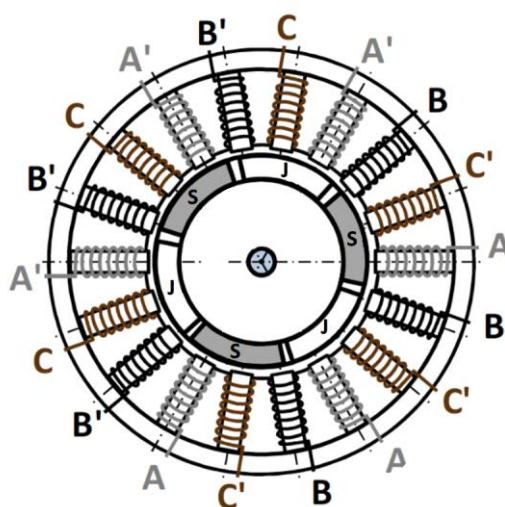
Prípravok inverzného kyvadla má byť možné ovládať pomocou programu Matlab. Na riešenie tohto problému bude použitá riadiaca karta MF624 od spoločnosti Humusoft. Zabezpečíme tak komunikáciu medzi mikrokontrolérom ovládajúcim polohu motora a riadiacim algoritmom pre inverzné kyvadlo bežiacom v Matlabe.

Bude navrhnutý kompletný model prípravku v 3D pomocou programu SolidWorks, vyrobiteľný pomocou 3D tlačiarne. 3D model bude oživený dynamikou, na základe modelov inverzného kyvadla, pomocou Simscape toolboxu.

2 POHON

2.1 Synchrónny motor

Je elektrický stroj, ktorého rotor sa otáča synchrónne s otáčaním točivého magnetického poľa statora. Vinutie je z pravidla trojfázové rozdelené do statorových drážok a podľa konštrukcie môže byť dvojpólové alebo viacpólové. Rotor môže byť hladký alebo s vyjadrenými pólmi, ktoré môžu byť opatrené budiacim vinutím, napájaným jednosmerným prúdom. Budiaci prúd sa do rotorového vinutia privádza buď pomocou klzných kontaktov alebo bezkontaktné rotačným transformátorom s následným usmernením diódami na rotore [1].



Obrázok č. 2.1 PMSM s 3 fázami a 6 pólmi [2]

2.2 Elektricky komutovaný synchrónny motor s permanentnými magnetmi

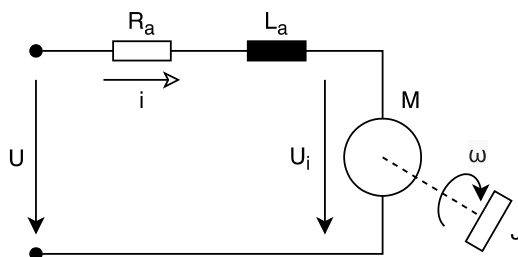
Jedná sa o motor s trojfázovým statorovým vinutím a rotorom s permanentnými magnetmi. Môžeme sa stretnúť s dvoma pojmami, ktoré označujú túto konfiguráciu a to BLDC – *Brushless Direct Current motor* a PMSM - *Permanent Magnet Synchronous Motors*. Rozdiel medzi týmito dvoma motormi je v napätí ktoré generujú. Pri BLDC motoroch je výstupný priebeh napätia lichobežníkového tvaru u PMSM je napätie sínusového tvaru. K tomuto javu dochádza z dôvodu rozdielneho rozloženia cievok v statore a konštrukcii motoru. PMSM motor ma cievky sínusovo rozložené (Obrázok č. 2.1), avšak pri BLDC sú cievky koncentrované.

Tieto motory sa vyznačujú veľkou účinnosťou, malým zvlnením momentu. Hlavnou výhodou je to že neobsahujú mechanický komutátor, ktorý by sa časom zanášal a vyžadoval časté opravy. Motory fungujú na princípe simultánneho

riadenia frekvencie a amplitúdy všetkých troch harmonických prúdov s moduláciou šírky pulzu signálu (PWM).

2.3 Matematický model BLDC motora

Pre BLDC motor stále platí že budíme vinutie cez ktoré preteká prúd (sériové prepojenie odporu vinutia a indukčnosti vinutia). Na základe tejto podobnosti k jednosmernému motoru, môžeme použiť rovnaký popis chovania dynamickej prúdovej slučky. K matematickému modelu dospejeme pomocou náhradnej schémy jednosmerného motora:



Obrázok č. 2.2 Náhradná schéma jednosmerného motora [1]

$$U_a = R_a i_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + K_m \omega \quad (1)$$

$$K_m I_a = J \frac{d\omega}{dt} + B \omega + M_0 \quad (2)$$

Kde: R_a odpor vinutia
 i_a prúd tečúci vinutím
 K_m konštanta motora (napät'ová, momentová)
 ω uhlová rýchlosť
 J moment zotrvačnosti na hriadeľi motora
 B koeficient viskózneho trenia
 M_0 moment odporu

Prenosovú funkciu jednosmerného motora môžeme z rovníc (1,2) odvodiť pomocou Laplaceovej transformácie po dosadení za $K_m \omega = U_i$ do rovnice (1) dostávame:

$$U_a = R_a I_a + p L_a I_a + U_i \quad (3)$$

Prenos $F_1(p)$ je pomer vstupu prúd I_a ku výstupu rozdiel napätí U_a napätia privádzaného na vinutie a U_i napätia indukovaného.

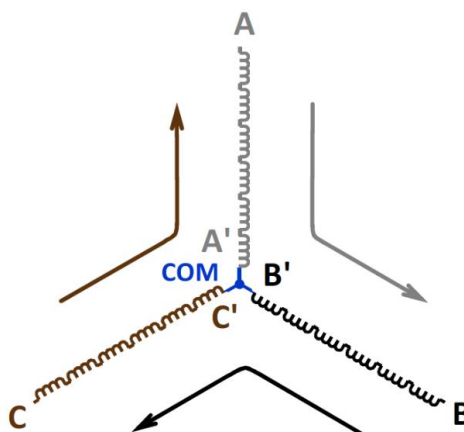
$$F_1(p) = \frac{I_a}{U_a - U_i} = \frac{\frac{1}{R_a}}{\frac{L_a}{R_a} p + 1} \quad (4)$$

2.4 Skalárne riadenie

Jedná sa o najjednoduchšiu metódu riadenia BLDC motorov, kde je pomer medzi napätím alebo prúdom a frekvenciou konštanty v rozsahu rýchlosti motora. Frekvencia je nastavená na základe požadovanej rýchlosti a prúd alebo napätie je dopočítane tak, aby bol dodržaný pomer. V skalárnom riadení používame metódu otvorenej slučky, teda riadenie bez spätnej väzby. Z toho vyplýva že táto metóda je nenáročná na výpočtový výkon a ľahko implementovateľná. S jednoduchosťou však prichádzajú nevýhody. Jedna z nevýhod je nestabilita hnacieho systému, po prekročení určitej frekvencie. Na riešenie problému musia byť PMSM motory konštruované s tlmiacim vinutím na zabezpečenie synchronizácie rotora a elektrickej frekvencie, čo limituje spôsoby konštrukcie rotora. Väčšina PMSM motorov je však konštruovaná bez tlmiacich vinutí a predurčuje motory tohto typu ako nevhodné na klasickú metódu skalárneho riadenia. Ďalšou nevýhodou vyplývajúcou z chýbajúcej spätnej väzby je slabé dynamické chovanie systému, ako je klesajúca rýchlosť s pribúdajúcim záťažovým momentom. Táto metóda je z týchto dôvodov nevhodná na riadenie polohy potrebnej pre našu aplikáciu a imituje ju na riadenie ventilátorov či púmp. [3]

2.5 Vektorové riadenie

Je metóda vhodná na riadenie PMSM aj BLDC motorov. Pod vektorovým riadením si môžeme predstaviť vektor statorového prúdu točiaci sa okolo osi motora (spojenie indukčností na Obrázok č. 2.3). Vytvárajúci sínusový priebeh prúdu. K tomuto vektoru je vektor magnetického toku kolmý a keďže sa jedná o synchronný motor tak vektor magnetického toku je totožný s polohou rotora [1].

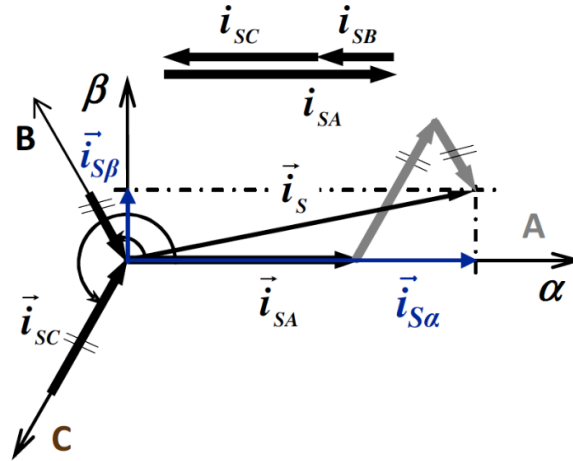


Obrázok č. 2.3 Názorný obrázok vinutia [2]

Na vyjadrenie vektoru statorového prúdu je nutné použiť nasledujúce transformácie.

2.5.1 Clarkovej transformácia

Clarkovej transformácia sa používa na prenos z dvojdimenzionálneho súradnicového systému využívajúceho tri osi (a, b, c), ktoré sú posunuté o uhol γ na systém dvojdimenzionálny využívajúci dve osi (α , β) a naopak. [4]



Obrázok č. 2.4 Clarkovej transformácia [2]

Clarkovej transformácia v obecnom tvare [5]:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & \cos(g) & \cos(2g) \\ 0 & \sin(g) & \sin(2g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

Spätná Clarkovej transformácia [5]:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(g) & \sin(g) \\ \cos(2g) & \sin(2g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}. \quad (6)$$

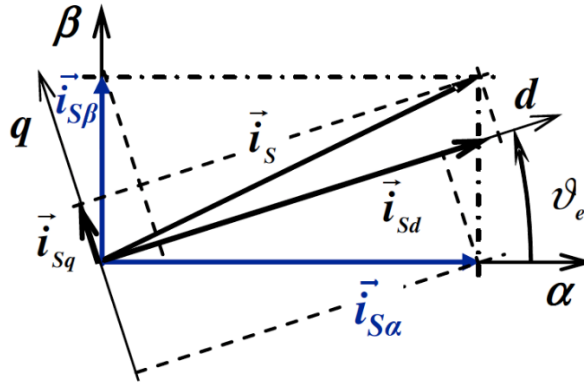
Táto forma je však značne komplikovaná na výpočet. Preto používame zjednodušenú formu, ktorá bude funkčná len v prípade ak sa jedná o rotor, ktorý je zapojený do hviezdy (súčet prúdov na všetkých vinutiach je rovný nule) a uhol γ bude rovný 120° . Vstupom do transformácie už budú len dva prúdy, tretí sa bude dopočítavať. Môžeme teda písať [4]:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Inverznú Clarkovej transformáciu v zjednodušenej forme nepotrebujeme v Labview sa tento bloček nepoužíva.

2.5.2 Parková transformácia

Slúži k transformácii súradníc z jedného súradnicového systému do druhého posunutého o uhol θ_k v smere otáčania rotora ω_k , ako je vidieť na Obrázok č. 2.5.



Obrázok č. 2.5 Parková transformácia [2]

Zjednodušenie spočíva vo vyjadrení striedavej veličiny iba pomocou jednosmernej veličiny. Vzťah pre Parkovú transformáciu [6]:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k) & \sin(\theta_k) \\ -\sin(\theta_k) & \cos(\theta_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Inverzná Parková transformácia [7]:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k) & -\sin(\theta_k) \\ \sin(\theta_k) & \cos(\theta_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}. \quad (9)$$

2.6 Riadiaci algoritmus pre BLDC

Vektor statorového prúdu má dve zložky, rovnobežnú d a kolmú q na vektor magnetického toku. Zložku d je možné použiť na odbudenie motora a získať vyššie otáčky. To však spôsobuje stratu maximálneho momentu motora, pretože výsledný vektor statorového prúdu nebude kolmý na vektor magnetického toku. Preto je požadované, aby pozdĺžna zložka d statorového prúdu bola rovná nule.

Prvá regulačná slučka bude riadiť statorový prúd. Keďže je to vektor popisujú ho dve osi d a q , musíme použiť dve regulačné slučky. Dynamiku motora sme popísali ako prechodovú charakteristiku prvého rádu. Potrebujeme vykompenzovať časovú konštantu z rovnice (4) a z toho dôvodu na reguláciu bude postačujúci PI regulátor.

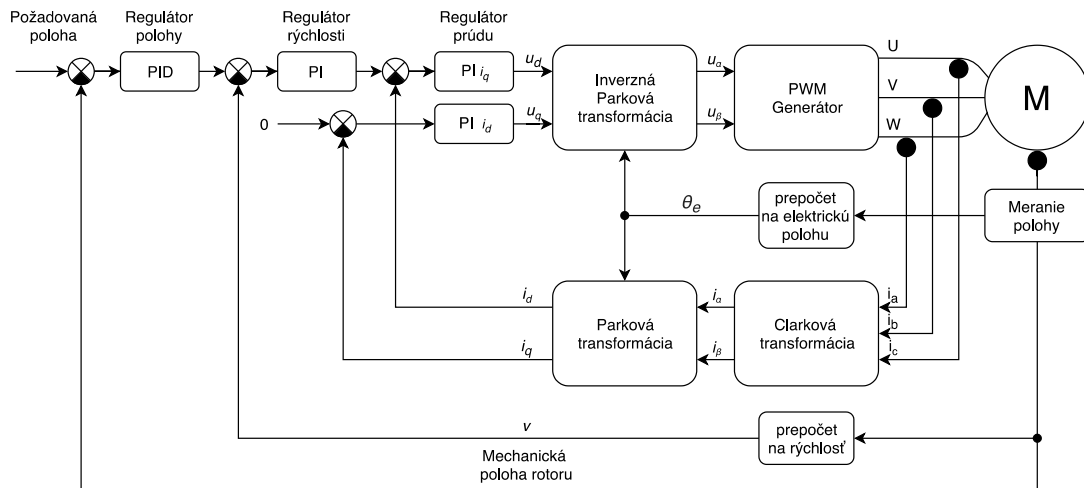
Druhá regulačná slučka riadi rýchlosť otáčania motora. Spätnú väzbu musíme realizovať ako rýchlosť. To dosiahneme deriváciou polohy motora. Rýchlosť budeme počítat ako diferenciu dvoch po sebe idúcich hodnôt polohy za čas:

$$v = \frac{(\theta_t - \theta_{t+1})}{T_s}. \quad (10)$$

Kde: θ_t minulé hodnota polohy
 θ_{t+1} súčasná hodnota polohy
 T_s perióda vzorkovania

Keďže na motor môže pôsobiť meniaci zaťažovací moment, ktorý sa prejaví ako chyba vstupujúca do systému, volíme PI regulátor.

Tretia regulačná slučka riadi polohu rotora. Vhodný je PID regulátor. Takýto spôsob zapojenia regulátorov nazývame kaskádová regulácia. Na nasledujúcom obrázku (Obrázok č. 2.6) môžeme vidieť schematické zapojenie algoritmu riadenia.



Obrázok č. 2.6 Schematické znázornenie riadenia BLDC motora

3 MATEMATICKÝ MODEL KYVADLA

3.1 Matematicky model pre rotačné axiálne kyvadlo

Na riešenie úlohy bude použitá Euler-Lagrangerová metóda a to v tvare:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{g}_j} \right] - \frac{\partial L}{\partial g_j} + b_j g_j = \Psi_j \quad (11)$$

kde: L Lagrangián
 b_j všeobecný koeficient viskózneho trenia
 g_j popisuje i-ty smerový koordinát
 Ψ_j popisuje j-tu zloženú silu

Lagrangián je zložený z rozdielu kinetickej a potenciálnej energie systému:

$$L = E_K - E_V \quad (12)$$

Sila Ψ_j je zložená z krútiacich momentov:

$$\Psi_j = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Používať budeme karteziánsky súradnicový systém. V tomto prípade budeme musieť prepočítavať súradnice do podsystémov. Systém bude obsahovať dve ramená z dĺžkami L_1, L_2 s hmotnosťami m_1, m_2 vo vzdialenostiach l_1 a l_2 . Ramená budú mať zotrvačný moment a po prepočte do pôvodných súradníc sa bude jednať o tenzory v tvare:

$$J_1 = \begin{bmatrix} J_{1xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{1yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{1zz} \end{bmatrix}, \quad (14)$$
$$J_2 = \begin{bmatrix} J_{2xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{2yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{2zz} \end{bmatrix}.$$

Model bude platný pre situáciu ktorá nastane v prípade ak dodržíme nasledujúce body:

- Prepojenie motora, osi a ramena kyvadla sú pevne, považované za celok.
- Súradnice pre rameno 1 a rameno 2 sú také že tenzory J_1 a J_2 zotrvačnosti sú diagonálne.
- Rotor motora má zanedbateľnú zotrvačnosť. V opačnom prípade je možné ho pridať do momentu zotrvačnosti ramena 1.
- Model počíta iba s viskóznym trením.

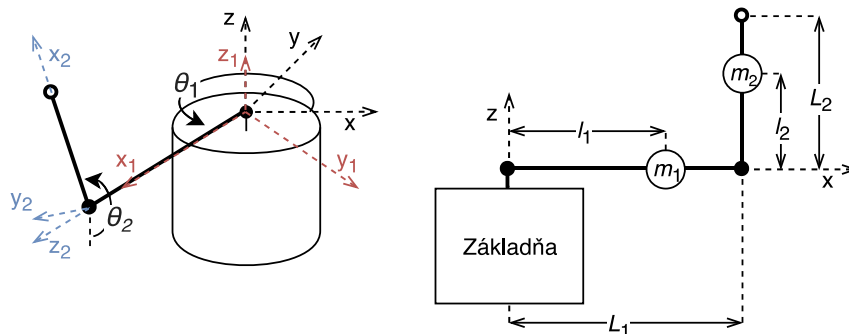
3.1.1 Rotačné matice na prepočet súradníc do subsystemov

V systéme budeme pracovať s dvomi uhlami a to θ_1 , ktorý je zvieraný medzi pôvodnými súradnicami základne kyvadla a novými súradnicami pre rameno 1. Opätovne použijeme Parkovú transformáciu, ktorú upravíme tak, aby sme netransformovali súradnice v ose z. Matica bude mať nasledujúci tvar:

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Rovnaký prípad nastáva pri prepočte súradníc na rameno 2. Rotačnú maticu vypočítame ako:

$$\begin{aligned} R_2 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) \\ 0 & \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$



Obrázok č. 3.1 Súradnicové subsystemy a zakótované dĺžky ramien

3.1.2 Rýchlosti

Rýchlosti počítame k hmotným bodom m_1 a m_2 . Uhlová rýchlosť ramena 1 bude daná ako:

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Rýchlosť základne je nulová a preto:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Celková rýchlosť pre hmotný bod m_1 :

$$v_{1C} = v_1 + \omega_1 \times \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_1 l_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Uhlová rýchlosť pre rameno 2:

$$\omega_2 = R_2 \omega_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Rýchlosť bodu v ktorom je prepojené rameno 1 a rameno 2 s prepočtom na druhý súradnicový subsystém:

$$v_2 = R_2 \left(\omega_1 \times \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2) \\ L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Výsledná celková rýchlosť pre hmotný bod m_2 teda bude:

$$v_{2C} = v_2 + \omega_2 \times \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2) \\ L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) + \dot{\theta}_2 l_2 \\ -\dot{\theta}_1 l_2 \sin(\theta_2) \end{bmatrix} \quad (22)$$

3.1.3 Energie systému

Potenciálna energia pre rameno 1 je nulová a teda:

$$E_{V1} = 0 \quad (23)$$

Kinetická energia pre rameno 1:

$$E_{K1} = \frac{1}{2} (v_{1C}^T m_1 v_{1C} + \omega_1^T J_1 \omega_1) = \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 (m_1 l_1^2 + J_{1zz}) \quad (24)$$

Potenciálna energia pre rameno 2:

$$E_{V2} = g m_2 l_2 (1 - \cos(\theta_2)) \quad (25)$$

Kinetická energia pre rameno 2:

$$E_{K2} = \frac{1}{2} (v_{2C}^T m_2 v_{2C} + \omega_2^T J_2 \omega_2) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 \left(m_2 L_2^2 + (m_2 l_2^2 + J_{2yy}) \sin^2(\theta_2) + J_{2xx} \cos^2(\theta_2) \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \dot{\theta}_2^2 (m_2 l_2^2 + J_{2zz}) + m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (27)$$

Výpočet celkovej potenciálnej a kinetickej energie:

$$\begin{aligned} E_V &= E_{V1} + E_{V2} \\ E_K &= E_{K1} + E_{K2} \end{aligned} \quad (28)$$

3.1.4 Dosadenie do Euler-Lagrangovej rovnice

Vyjadrenie Lagrangiána:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right] &= \ddot{\theta}_1 \left(J_{1zz} + m_1 l_1^2 + m_1 L_1^2 + (m_2 l_2^2 + J_{2yy}) \sin^2(\theta_2) \right. \\ &\quad \left. + J_{2xx} \cos^2(\theta_2) \right) + m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \ddot{\theta}_2 \\ &\quad - m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 \\ &\quad + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(2\theta_2) (m_2 l_2^2 + J_{2yy} - J_{2xx}) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right] &= \ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + \ddot{\theta}_2 (J_{2zz} + m_2 l_2^2) \\ &\quad - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (30)$$

$$-\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0 \quad (31)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial L}{\partial \theta_2} &= -\frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_2) (m_2 l_2^2 + J_{2yy} - J_{2xx}) \\ &\quad + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) + g m_2 l_2 \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (32)$$

Po dosadení do vzorca pre Euler-Lagrangovú metódu získavame sústavu diferenciálnych rovníc:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 (J_{1zz} + m_1 l_1^2 + m_1 L_1^2 + (m_2 l_2^2 + J_{2yy}) \times \\ \times \sin^2(\theta_2) + J_{2xx} \cos^2(\theta_2)) + m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + \\ - m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(2\theta_2) \times \\ \times (m_2 l_2^2 + J_{2yy} - J_{2xx}) + b_1 \dot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + \ddot{\theta}_2 (J_{2zz} + m_2 l_2^2) + \\ + \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_2) (-m_2 l_2^2 - J_{2yy} + J_{2xx}) + \\ + b_2 \dot{\theta}_2 + g m_2 l_2 \sin(\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

3.1.5 Zjednodušenie modelu

Väčšina kyvadiel má ramená dlhé a štíhle, môžeme zanedbať zotrvačný moment v axiálnom smere. Môžeme tiež uvažovať o symetrickom pôsobení zotrvačných

momentov v hlavných osiach ramien kyvadla. Maticu zotrvačných momentov teda môžeme zjednodušiť nasledovne:

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}.$$

Ďalšie zjednodušenie dosiahneme nasledovnými substitúciami. Celkový moment zotrvačnosti ramena 1 v okolí bodu uchytenia do motora je možné vyjadriť pomocou Huygnes-Steinerového teorému. Teorém hovorí, pokiaľ bude teleso rotovať okolo novej osi, paralelne od pôvodnej o vzdialenosť d , môžeme prehlásiť že moment v tejto ose je rovný: $\hat{J}_1 = J_1 + m_1 l_1^2$. V prípade ramena 2 sa jedná o rovnaký problém okolo osi ramena 1 použijeme rovnaké riešenie: $\hat{J}_2 = J_2 + m_2 l_2^2$. Pre moment zotrvačnosti, ktorý nastane v prípade, keď rameno 2 visí vertikálne v rovnovážnej polohe môžeme písať: $\hat{J}_0 = \hat{J}_1 + m_2 L_1^2 = J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2$. Dosadením do rovnice (11) získame:

$$\begin{bmatrix} \left(\ddot{\theta}_1 (\hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2)) + m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + \right. \\ \left. -m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \hat{J}_2 \sin(2\theta_2) + b_1 \dot{\theta}_1 \right) \\ \left(\ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + \ddot{\theta}_2 \hat{J}_2 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_2) \right) \\ \left. + b_2 \dot{\theta}_2 + g m_2 l_2 \sin(\theta_2) \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Z tejto rovnice si môžeme vyjadriť uhlové zrýchlenie, pre riešenie sústavy diferenciálnych rovníc:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\left(\begin{bmatrix} -\hat{J}_2 b_1 \\ m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) b_2 \\ -\hat{J}_2^2 \sin(\theta_2) \\ -\frac{1}{2} \hat{J}_2 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \sin(2\theta_2) \\ \hat{J}_2 m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{J}_2 \\ -m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \\ \frac{1}{2} m_2^2 l_2^2 L_1 \sin(2\theta_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ g \end{bmatrix} \right)}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 + \hat{J}_2^2 \sin^2(\theta_2) - m_2^2 L_1^2 l_2^2 \cos^2(\theta_2))} \quad (36)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\left(\begin{bmatrix} m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) b_1 \\ -b_2 (\hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2)) \\ \hat{J}_2 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \sin(2\theta_2) \\ -\frac{1}{2} \sin(2\theta_2) (\hat{J}_0 \hat{J}_2 + \hat{J}_2^2 \sin^2(\theta_2)) \\ -\frac{1}{2} m_2^2 L_1^2 l_2^2 \sin(2\theta_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \\ \hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2) \\ -m_2 l_2 \sin(\theta_2) (\hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ g \end{bmatrix} \right)}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 + \hat{J}_2^2 \sin^2(\theta_2) - m_2^2 L_1^2 l_2^2 \cos^2(\theta_2))} \quad (37)$$

3.1.6 Lineárna náhrada

K linearizácii budeme pristupovať pomocou rozvoja do Taylorovej rady okolí rovnovážnych stavov [8]. Systém ma dva rovnovážne stavy a to, keď je rameno 2 v horizontálnej polohe postavené smerom nahor a nadol.

3.1.6.1 Pozícia smerom nahor

Stavové premenné naberajú hodnoty:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0, \\ \theta_2 &= \pi, \\ \dot{\theta}_1 &= 0, \\ \dot{\theta}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Pracovný bod označíme ako $x_0 = \{a = 0, b = 0, c = 0, d = 0, e = 0, f = \pi\}$.

Pravá strana sústavy rovníc (35) je rovná momentu a z toho dôvodu ju nemusíme lineárne aproximovať. Na dosadenie do Taylorovej rady, potrebujeme vypočítať nasledujúce parciálne derivácie, pre prvú pohybovú rovnicu z rovníc (35):

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} &= \hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2) = \big|_{x=x_0} \hat{J}_0 \\ \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} &= m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) = \big|_{x=x_0} -m_2 L_1 l_2 \\ \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} &= \dot{\theta}_2 \hat{J}_2 \sin(2\theta_2) + b_1 = \big|_{x=x_0} b_1 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} &= -2m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1 \hat{f}_2 \sin(2\theta_2) = \big|_{x=x_0} 0 \\
\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} &= 0 = \big|_{x=x_0} 0 \\
\frac{\partial f}{\partial \theta_2} &= 2\ddot{\theta}_1 \hat{f}_2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) - m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \ddot{\theta}_2 \\
&\quad - m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 \\
&\quad + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \hat{f}_2 \cos(2\theta_2) = \big|_{x=x_0} 0
\end{aligned} \tag{40}$$

Pre druhú pohybovú rovnicu z rovníc (35):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} &= m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) = \big|_{x=x_0} -m_2 L_1 l_2 \\
\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} &= \hat{f}_2 = \big|_{x=x_0} \hat{f}_2 \\
\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} &= -\dot{\theta}_1 \sin(2\theta_2) = \big|_{x=x_0} 0 \\
\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} &= b_2 = \big|_{x=x_0} b_2 \\
\frac{\partial f}{\partial \theta_1} &= 0 = \big|_{x=x_0} 0
\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \theta_2} &= -\ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) - \dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) + g m_2 l_2 \cos(\theta_2) \\
&= \big|_{x=x_0} -g m_2 l_2
\end{aligned}$$

Lineárna aproximácia má základný tvar:

$$f(x) \approx f(x_0) + \nabla f \big|_{x=x_0} (x - x_0) \tag{42}$$

Kde: $\nabla^T = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right]$.

Lineárna aproximácia pomocou Taylorového rozvoja má v tomto prípade nasledujúcu podobu:

$$\begin{aligned}
f_{lin} &= f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} \big|_{x=x_0} (\ddot{\theta}_1 - a) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} \big|_{x=x_0} (\ddot{\theta}_2 - b) \\
&\quad + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} \big|_{x=x_0} (\dot{\theta}_1 - c) + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} \big|_{x=x_0} (\dot{\theta}_2 - d) \\
&\quad + \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \big|_{x=x_0} (\theta_1 - e) + \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \big|_{x=x_0} (\theta_2 - f)
\end{aligned} \tag{43}$$

Dosadenie partiálnych derivácií do lineárnej aproximácie funkcie:

$$f_{lin1} = \hat{f}_0 \ddot{\theta}_1 + m_2 L_1 l_2 \ddot{\theta}_2 + b_1 \dot{\theta}_1 = \tau_1 \quad (44)$$

Pre druhú rovnicu moment τ_2 označíme za nulový. V skutočnosti tento moment nevieme ovládať, pretože medzi prvým a druhým hriadeľom sa nenachádza žiadny aktuátor.

$$f_{lin2} = m_2 L_1 l_2 \ddot{\theta}_1 + \hat{f}_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 \dot{\theta}_2 + g m_2 l_2 (\theta_2 - \pi) = 0 \quad (45)$$

Člen $(\theta_2 - \pi)$ zanedbáme a nahradíme θ_2 pri simulácii je to však nutné zohľadniť. Na vyjadrenie stavového popisu musíme rovnice ďalej upravovať:

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_0 & m_2 L_1 l_2 \\ m_2 L_1 l_2 & -\hat{f}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 & 0 \\ 0 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -g m_2 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \begin{bmatrix} \hat{f}_2 & -m_2 L_1 l_2 \\ -m_2 L_1 l_2 & \hat{f}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b_1 \dot{\theta}_1 + \tau_1 \\ -b_2 \dot{\theta}_2 - g m_2 l_2 \theta_2 \end{bmatrix}$$

Výsledné lineárne aproximácie:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \frac{-b_1 \hat{f}_2 \dot{\theta}_1 + \hat{f}_2 \tau_1 + b_2 m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_2 + g m_2^2 l_2^2 L_1 \theta_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{b_1 m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_1 - m_2 L_1 l_2 \tau_1 - b_2 \hat{f}_0 \dot{\theta}_2 - g m_2 l_2 \hat{f}_0 \theta_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \end{aligned} \quad (47)$$

Použijeme substitúciu:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Získame:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{-b_1 \hat{f}_2 x_3 + \hat{f}_2 \tau_1 + b_2 m_2 L_1 l_2 x_4 + g m_2^2 l_2^2 L_1 x_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \\ \dot{x}_4 &= \frac{b_1 m_2 L_1 l_2 x_3 - m_2 L_1 l_2 \tau_1 - b_2 \hat{f}_0 x_4 - g m_2 l_2 \hat{f}_0 x_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \end{aligned} \quad (49)$$

Po upravení a vložení do maticového tvaru, získavame lineárnu náhradu pre inverzné kyvadlo vo forme stavového popisu systému:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}. \quad (50)$$

kde:

$$\begin{aligned} A_{31} &= 0, & A_{41} &= 0, \\ A_{32} &= \frac{gm_2^2 l_2^2 L_1}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, & A_{42} &= \frac{gm_2 l_2 \hat{J}_0}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, \\ A_{33} &= \frac{-b_1 \hat{J}_2}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, & A_{43} &= \frac{-b_1 m_2 l_2 L_1}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, \\ A_{34} &= \frac{-b_2 m_2 l_2 L_1}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, & A_{44} &= \frac{-b_2 \hat{J}_0}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, \\ B_{31} &= \frac{\hat{J}_2}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, & B_{41} &= \frac{m_2 l_2 L_1}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, \\ B_{32} &= \frac{m_2 l_2 L_1}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}, & B_{42} &= \frac{\hat{J}_0}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2)}. \end{aligned} \quad (51)$$

3.1.6.2 Pozícia smerom nadol

Sústava diferenciálnych rovníc zostáva rovnaká avšak niektoré stavové premenné naberajú hodnoty:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0 & A_{34} &= -A_{34} \\ \theta_2 &= 0 & A_{42} &= -A_{42} \\ \dot{\theta}_1 &= 0 & A_{43} &= -A_{43} \\ \dot{\theta}_2 &= 0 & B_{32} &= -B_{32} \\ & & B_{41} &= -B_{41} \end{aligned} \quad \text{potom} \quad (52)$$

Matematický postup výpočtu lineárnej náhrady zostáva rovnaký a je uvedený v Príloha č. 3

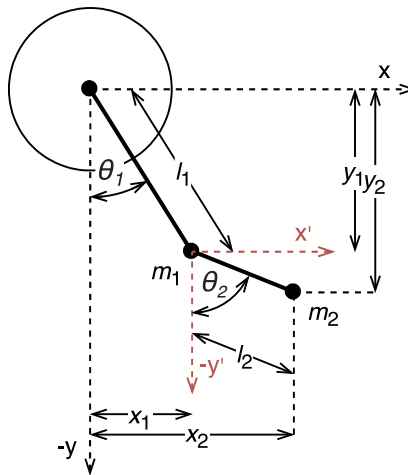
Matematický model bol prevzatý a následne upravený z článku [9].

3.2 Matematický model pre rotačné radiálne kyvadlo

Využijeme Euler-Lagrangovú metódu ako v predchádzajúcej kapitole. Postupujeme vyjadrením pozícií v karteziánskom súradnicovom systéme.

$$\begin{aligned}x_1 &= l_1 \sin(\theta_1) \\y_1 &= -l_1 \cos(\theta_1) \\x_2 &= l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2) \\y_2 &= -l_1 \cos(\theta_1) - l_2 \cos(\theta_2)\end{aligned}\tag{53}$$

Význam parametrov je možné vidieť na nasledujúcom obrázku:



Obrázok č. 3.2 Schematické znázornenie radiálneho rotačného kyvadla

3.2.1 Energie systému

Potenciálna energia systému:

$$E_V = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 = -(m_1 + m_2) g l_1 \cos(\theta_1) - m_2 g l_2 \cos(\theta_2)\tag{54}$$

Kinetická energia systému:

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{1}{2} (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) = \\&= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2))\end{aligned}\tag{55}$$

3.2.2 Dosadenie do Euler-Lagrangovej rovnice

Vyjadrenie Lagrangiána dosadením do rovnice (12)

$$L = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)\tag{56}$$

Derivácie Lagrangiána:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right] = (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) +$$

$$- m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \quad (57)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right] = m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) +$$

$$- m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \quad (58)$$

$$- \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = l_1 g (m_1 + m_2) \sin(\theta_1) + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (59)$$

$$- \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + l_2 m_2 g \sin(\theta_2) \quad (60)$$

Po dosadení do rovnice (11) a zjednodušení dostávame:

$$\begin{bmatrix} \left((m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \right. \\ \left. + m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g (m_1 + m_2) \sin(\theta_1) \right) \\ \left(m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \right. \\ \left. - m_2 l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g \sin(\theta_2) \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (61)$$

Matematický model bol prevzatý a následne upravený z článku: [10].

3.2.3 Lineárna náhrada

K vytvoreniu náhrady postupujeme rovnako ako pri axiálnom kyvadle. Matematický postup je uvedený v prílohe Príloha č. 4 a Príloha č. 5 .

3.2.3.1 Pozícia smerom nahor

Stavové premenné naberajú hodnoty:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \pi, \\ \theta_2 &= \pi, \\ \dot{\theta}_1 &= 0, \\ \dot{\theta}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (62)$$

Výsledná lineárna náhrada v stavovom popise systému má podobu:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{31} \\ B_{41} \end{bmatrix} \tau_1. \quad (63)$$

Kde:

$$\begin{aligned}
A_{31} &= \frac{m_2 l_2 g (m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, & A_{41} &= \frac{-m_2 l_1 g (m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, \\
A_{32} &= \frac{-m_2^2 l_2 g}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, & A_{42} &= \frac{(m_1 + m_2) l_1 m_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, \\
A_{33} &= \frac{-m_2 l_2 b_1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, & A_{43} &= \frac{m_2 l_1 b_1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, \\
A_{34} &= \frac{m_2 l_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, & A_{44} &= \frac{-(m_1 + m_2) l_1 b_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, \\
B_{31} &= \frac{m_2 l_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}, & B_{32} &= \frac{-m_2 l_1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}.
\end{aligned} \tag{64}$$

V rovniciach nesmieme pri simulácii zabudnúť na odčítanie nulových stavov a to v prípade: $\theta_1 = \pi, \theta_2 = \pi$.

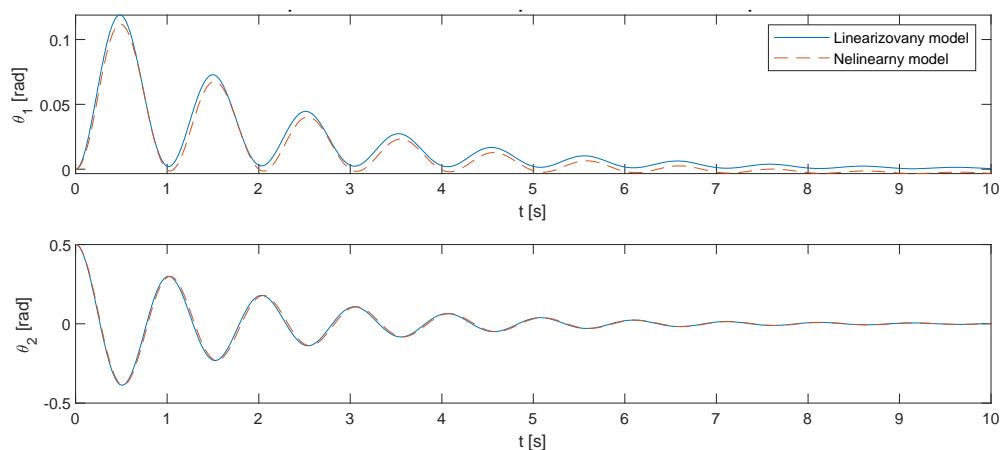
3.2.3.2 Pozícia smerom nadol

Pre spodnú polohu zostávajú rovnice rovnaké avšak

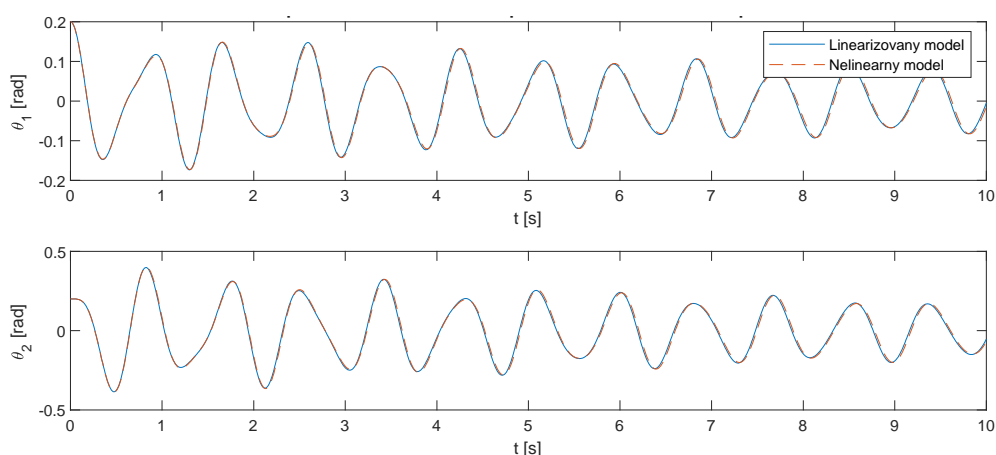
$$\begin{aligned}
\theta_1 &= 0 & A_{31} &= -A_{31} \\
\theta_2 &= 0 & A_{32} &= -A_{32} \\
\dot{\theta}_1 &= 0 & A_{41} &= -A_{41} \\
\dot{\theta}_2 &= 0 & A_{42} &= -A_{42}
\end{aligned} \quad \text{potom} \tag{65}$$

3.3 Porovnanie lineárnych náhrad systémov s nelineárnymi modelmi.

Porovnávanie je možné uskutočniť pre spodnú polohu kyvadiel, v tejto polohe majú stabilný rovnovážny stav. Pre hornú polohu môžeme uskutočniť porovnanie len ak bude v systéme zapojený regulátor, ktorý zabezpečí vyregulovanie nestabilného rovnovážneho stavu.



Obrázok č. 3.3 Porovnanie pre axiálne kyvadlo v spodnej polohe



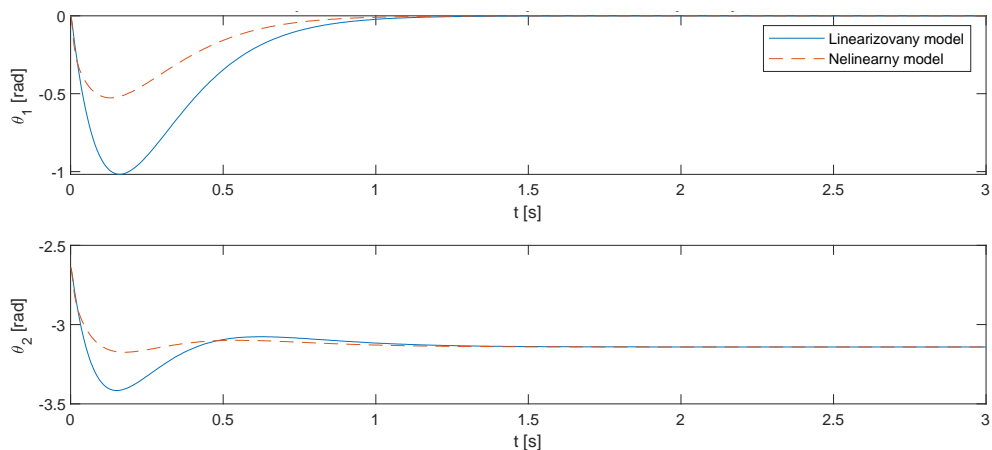
Obrázok č. 3.4 Porovnanie pre radiálne kyvadlo v spodnej polohe

Ako bolo spomenuté pre zobrazenie priebehov okolo hornej polohy kyvadla je nutné model riadiť. Na návrh regulátora použijeme zákon o stavovej spätnej väzbe $u = -Kx$, ktorý minimalizuje penalizačnú kvadratickú funkciu, v Matlabe implementovanú ako:

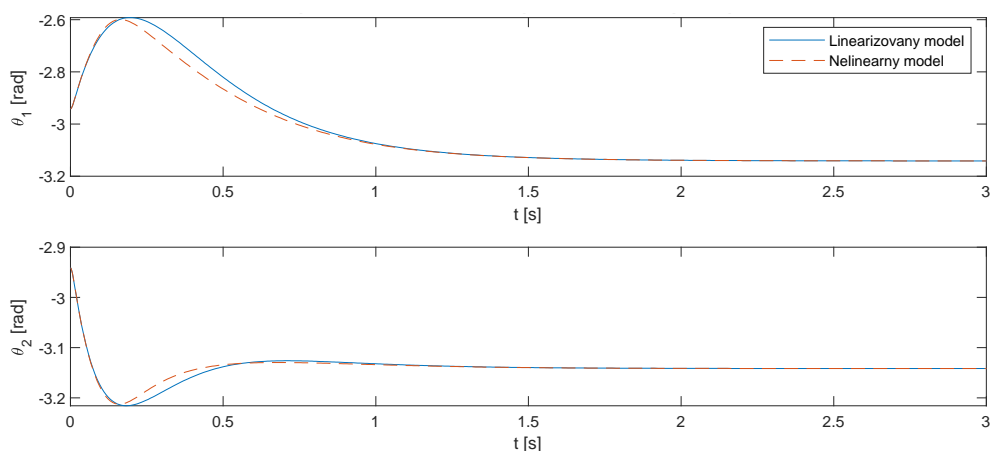
$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \quad (66)$$

Na samotný výpočet použijeme funkciu $[K, S, e] = \text{lqr}(\text{SYS}, Q, R, N)$, kde za matice stavového popisu A a B dosadíme získanú lineárnu náhradu a penalizačné matice nastavíme podľa odhadu, pretože nie sme obmedzovaný žiadnym výkonom motora či nepresnosťami snímačov. Podmienkou pre správne fungovanie kritéria je, aby boli matice A a B kontrolovateľné a penalizačné matice pozitívne definitné [11].

Kontrolovateľnosť systému určíme jednoducho, pomocou príkazu $T = \text{rank}(\text{ctrb}(A, B))$ a pokiaľ je hodnosť matice rovnaká ako počet stavov systém je kontrolovateľný.



Obrázok č. 3.5 Porovnanie pre axiálne kyvadlo v hornej polohe



Obrázok č. 3.6 Porovnanie pre radiálne kyvadlo v hornej polohe

Pre horné polohy kyvadiel môžeme vidieť rozdiely v priebehoch, čo dáva zmysel keďže neporovnávame len odozvu samotných lineárnych náhrad, ale aj reakciu systémov na riadenie navrhnuté na lineárnych náhradách. Môžeme dedukovať že náhrady sú však aj v tomto prípade korektné z podobnosti priebehov.

Predložené odozvy sú za počiatočných podmienok pre radiálne kyvadlo: $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = 0,5$; $\dot{\theta}_1 = 0$; $\dot{\theta}_2 = 0$ pre axiálne kyvadlo $\theta_1 = 0,2$; $\theta_2 = 0,2$; $\dot{\theta}_1 = 0$; $\dot{\theta}_2 = 0$. Skript na porovnávanie je v Príloha č. 10 pod názvom init_porovnanie.m. Lineárne náhrady dostatočne reprezentujú nelineárne modeli. V prípade uvedených počiatočných podmienok je percentuálne vyjadrená priemerná absolútna chyba nie väčšia ako 5%.

3.4 Dynamika motora v stavovom popise

Dynamika motora je popísaná rovnicou (1) na jej reprezentáciu v stavovom popise ju musíme upraviť do tvaru:

$$\dot{i} = (u - R_a i - C\Phi\dot{\theta}_1)/L_a \quad (67)$$

Do matíc stavového popisu rovnícu vložíme ako:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & B_{31} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & B_{41} \\ 0 & 0 & \frac{-C\Phi}{L_a} & 0 & \frac{-R_a}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} V. \quad (68)$$

3.5 Swing up regulácia

Východzia pozícia kyvadla je zvislo nadol a z tejto pozície ho musíme vyšvihnúť. Pri pohľade na kyvadlo v hornej polohe môžeme tvrdiť že jeho potenciálna energia dosahuje najväčšie hodnoty. Na tejto myšlienke je postavený princíp vyšvihnutia kyvadla pomocou riadenia jeho energie. V článku [12] je uvádzaný vzťah na riadenie kyvadla pomocou energie v tvare:

$$u = sat_{ng}(k_e(E - E_0)sign(\dot{\theta}_2 \cos \theta_2)) \quad (69)$$

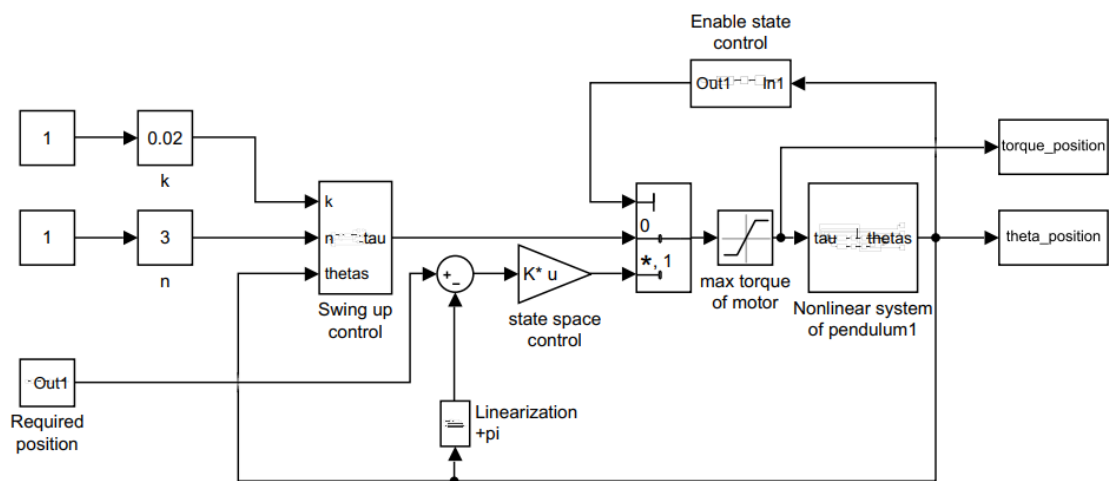
Kde E celková energia kyvadla
 E_0 energia kyvadla v požadovanej polohe
 sat_{ng} saturačná funkcia v hodnote parametra n a gravitačného zrýchlenia g
 k_e parameter zosilňujeme až do doby kedy sa kyvadlo vyšvihne

Ďalším spôsobom je jednoduchšia technika vyšvihnutia kyvadla a to pomocou umocňovania polohy kyvadla [13], pre ktorú platí nasledovný vzťah:

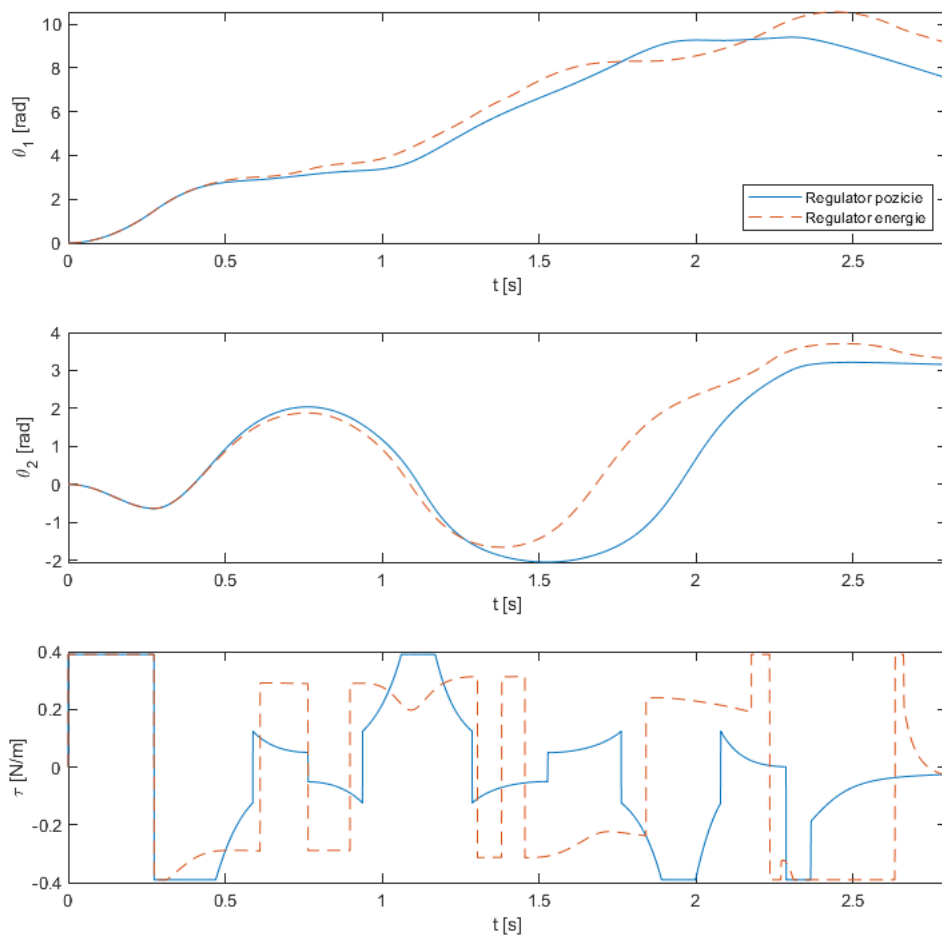
$$u = k_p |\theta_2^n| sign(\dot{\theta}_2 \cos \theta_2) \quad (70)$$

Kde k_p a n konštanty ktoré zosilňujeme až do doby kedy sa kyvadlo vyšvihne
Výhodou tejto metódy je že nepotrebujeme poznať energiu kyvadla v pozícii smerom nahor. Porovnanie metód je na Obrázok č. 3.8 . Parametre pre swing up regulátor v tomto prípade $k_n = 70$, $k_p = 0,02$, $n = 3$ a maximálny moment vstupujúci do modelu predstavujúci parametre motora bol implementovaný v podobe saturácie $\tau_{max} = 0,39 \text{ Nm}$.

Prevedenie algoritmu v programe Simulink je na Obrázok č. 3.7 a rovnice (70) na Obrázok č. 3.10. Zobrazené je aj prepínanie medzi stavovým a swing up regulátorom, skript sa nachádza v prílohe z názvom swing_up.slx. a inicializačným súborom init_swing_up.slx



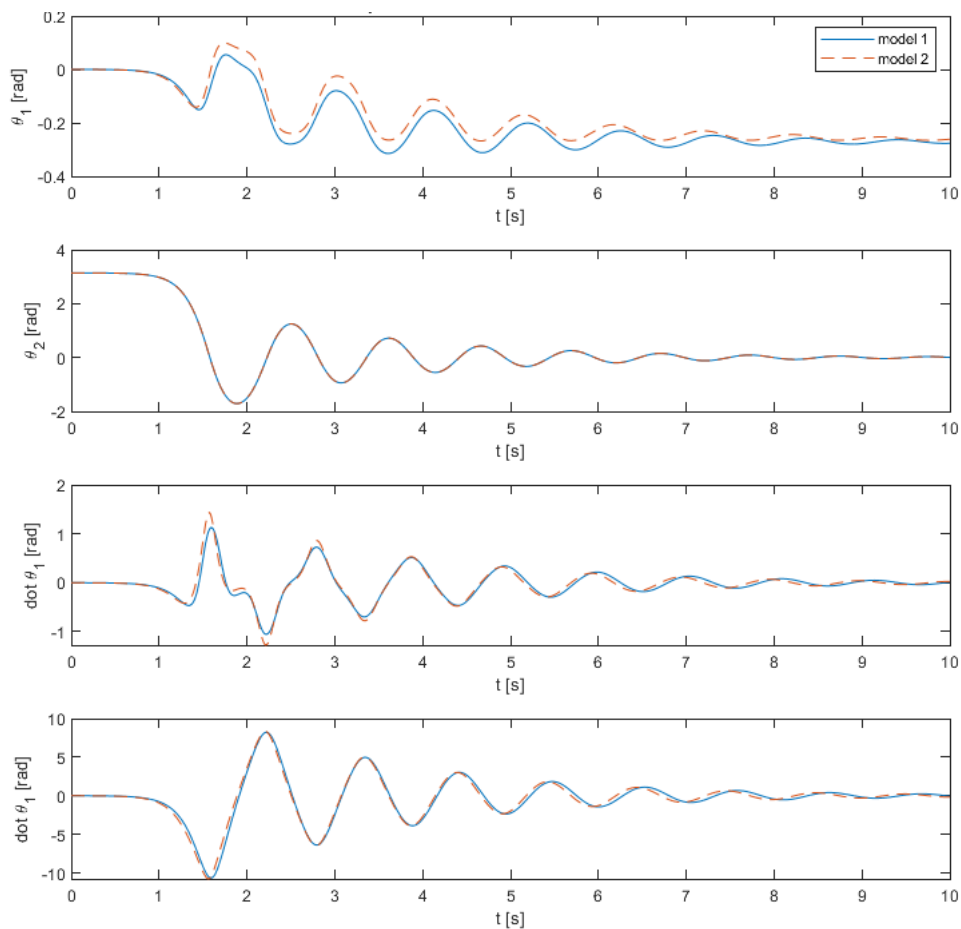
Obrázok č. 3.7 Swing up algoritmus



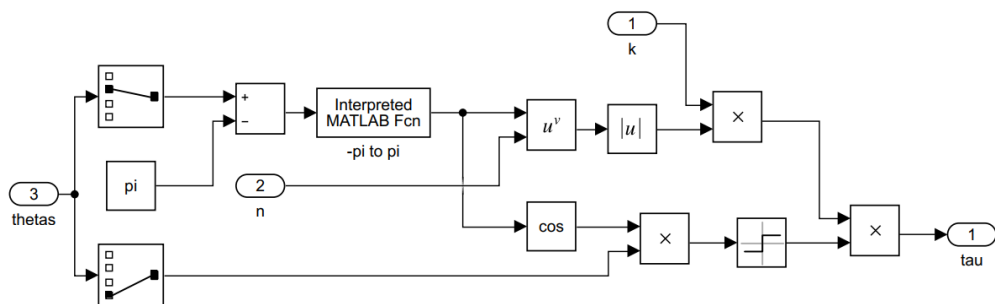
Obrázok č. 3.8 Porovnanie metód vyšvihnutia kyvadla

V článku [13], bol uvádzaný model kyvadla, ktorý je porovnaný s modelom uvedeným v práci. Porovnanie modelov pre rovnaké počiatkové podmienky je na

nasledujúcom obrázku. Kyvadlá boli spustené z polohy veľmi blízkej maximálnej hodnote teda $\theta_2 = \pi$

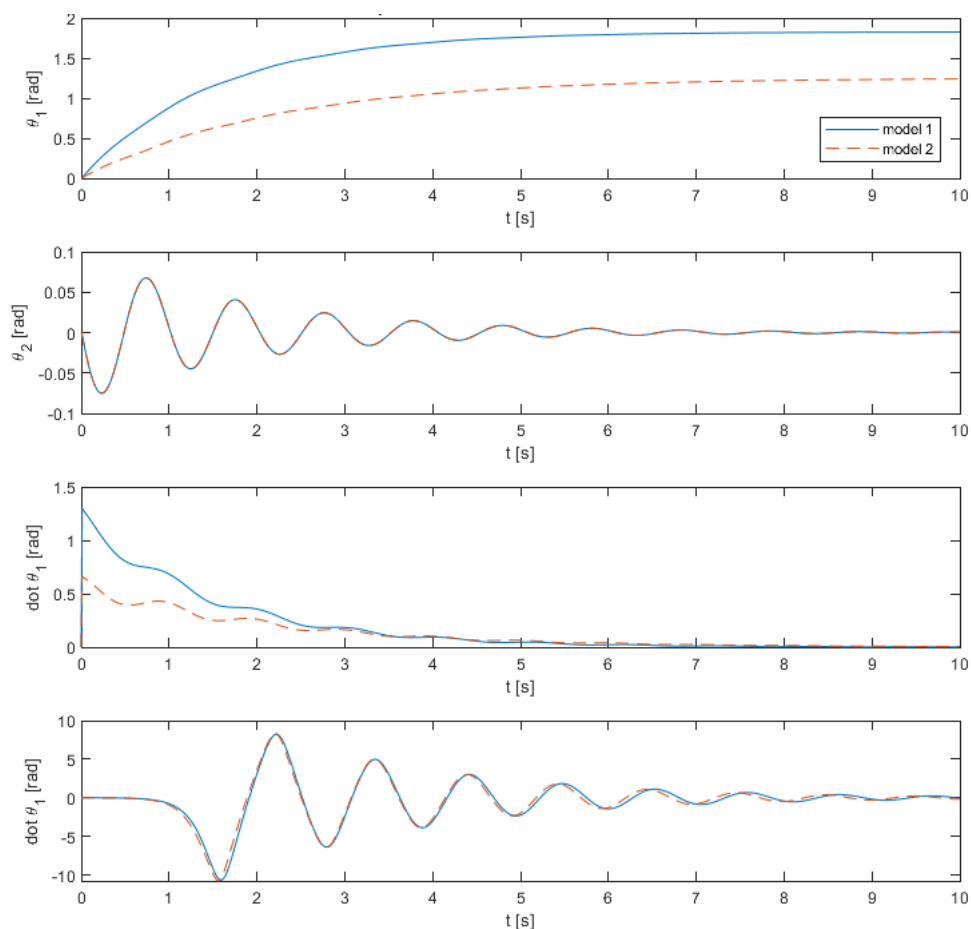


Obrázok č. 3.9 Matematické modeli kyvadla odozva z počiatočných podmienok



Obrázok č. 3.10 Realizácia rovnice (70)

Porovnanie odozvy na impulz momentu o trvaní 0,01 s a veľkosti $\tau = 0,6 \text{ Nm}$ (Obrázok č. 3.11).



Obrázok č. 3.11 Matematické modeli kyvadla odozva na pulz momentu

Ako môžeme vidieť modely sa líšia iba vo výpočte pre uhol θ_1 . Je to spôsobené rozdielnym spôsobom implementácie momentov do modelu. Taktiež model z [13] berie hmotnosti ramien kyvadla, ako hmotný bod nie tyče so stredom hmotností. Na porovnanie modelov slúži skript z Príloha č. 10 pod názvom `init_model_comparation.m`.

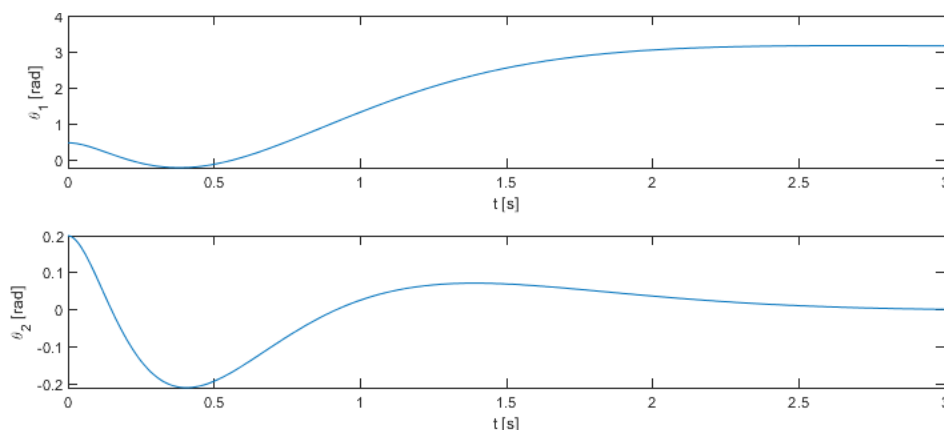
3.6 Výsledky simulácii

Výsledky pre kyvadlá vo vrchnej nestabilnej polohe. Uvedené výsledky sú pre regulátory nastavené pomocou metódy uvedenej v kapitole 3.3 s penalizačnou maticou

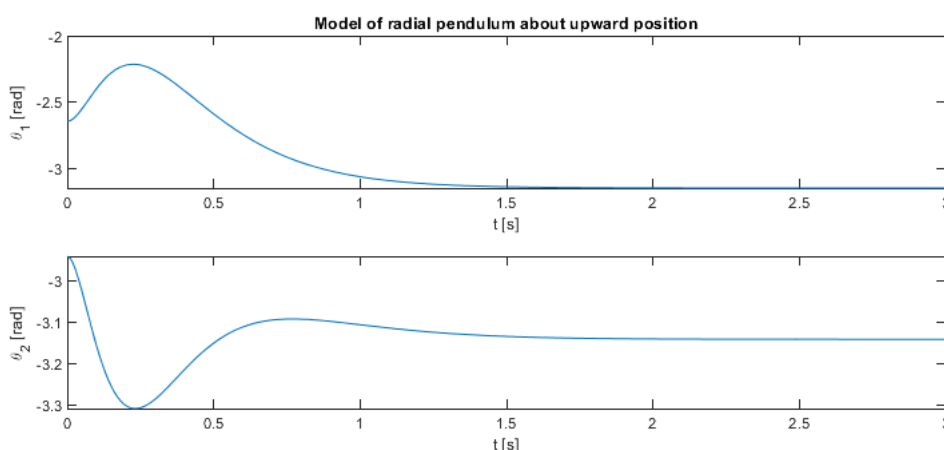
$$Q_{AXIAL} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_{AXIAL} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a $R=0.01$ pre oba prípady. Zahrnutá je aj dynamika motora s parametrami $K_m=0.04544$ Wb, $L=0.0055$ H a $R=19.2$ Ω . Veľkosti kyvadla $L_1=0.25$ m, $L_2=0.25$ m s centrom hmotnosti uprostred. Hmotnosti $m_1=0.2$ kg, $m_2=0.05$ kg valivý odpor

ložisiek $b_1=0.0048$ a $b_2=0.0015$. Pre axiálne rotačné kyvadlo je požadovaná zmena uhlu: θ_1 z 0 na π rad. V prípade axiálneho rotačného kyvadla je regulovaná odchýlka $\theta_1 = 0,5$ rad a $\theta_2 = 0,2$ rad od vrchnej polohy. Súbor na získanie priebehov je priložený v prílohe pod názvom `kyvadlo_radial_axial.m`. Po spustení sa okrem priebehov zobrazia simulačné funkcie `axial_pendulum.m` a `radial_pendulum.m`, ktoré premietnu priebeh uhlov v “3D” podobe.



Obrázok č. 3.12 Odozva pre axiálne rotačné kyvadlo

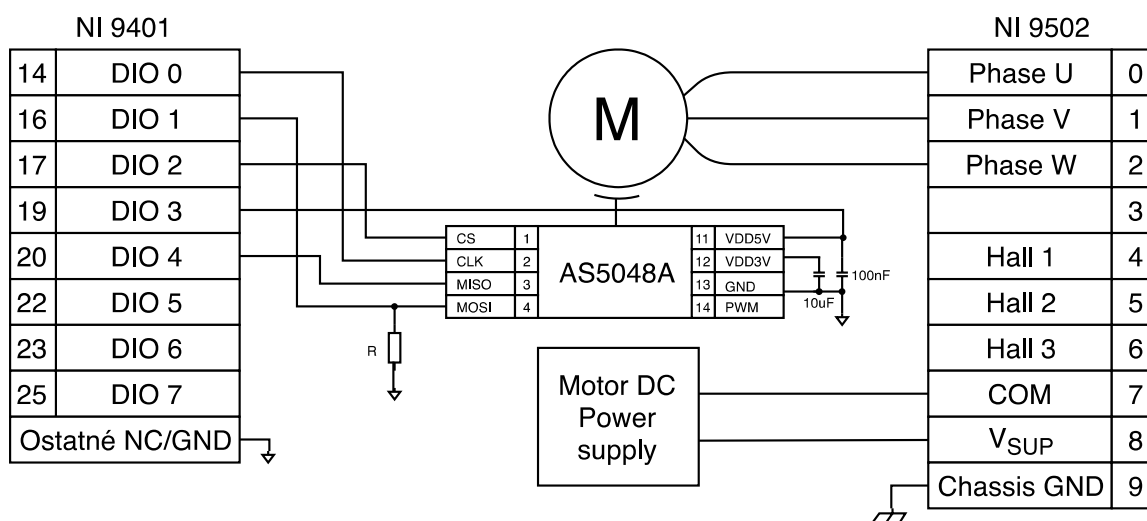


Obrázok č. 3.13 Odozva pre radialálne kyvadlo

V Príloha č. 10 sa nachádzajú všetky vyššie uvedené matematické modely a grafy z nich získané. Príloha sa skladá zo skriptov a funkcií v programe Matlab.

4 IMPLEMENTÁCIA RIADENIA MOTORA

V tejto kapitole sa budeme venovať implementácií riadenia BLDC motora na platforme CompactRIO od National Instruments. Využitá bola karta NI 9502 ktorá je určená na riadenie striedavých motorov. Na jej použitie je nutný software v podobe ad-on pre LabVIEW - Softmotion module (Použitá verzia LabVIEW 2018). Meranie polohy bolo zabezpečené pomocou absolútneho snímača AS5048A. Komunikácia z riadiacim modulom bola zabezpečená po zbernici SPI a na to bola využitá digitálna vstupno-výstupná karta NI 9401. Schematické zapojenie riadenia motora:



Obrázok č. 4.1 Schematické zapojenie riadenia

4.1 Parametre motora

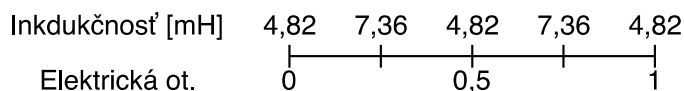
Na nastavenie regulátorov budeme potrebovať parametre motora. Počas vývoja algoritmu riadenia boli použité dva motory. Na odladenie algoritmu bol použitý lacnejší BLDC motor značky *Multistar* s veľkou konštantou motora K_m . Pre riadenie skutočného kyvadla bude použitý motor *iPower* s nasledujúcimi parametrami:

Tabuľka 1 Parametre motora

Odpor vinutia na jednu fázu R_{faz}	19,2 Ω
Indukčnosť vinutia L_d	4,85 mH
Indukčnosť vinutia L_q	7,36 mH
Počet elektromagnetov v statore	24
Počet permanentných magnetov v rotore	22
Konštanta motora K_m	0.04544 Wb

Motor má hviezdicové zapojenie vinutia. Pri meraní indukčnosti sa postupovalo nasledovne. Na obrázku (Obrázok č. 2.3) vidíme zapojenie vinutí, meraním pomocou RLC metru na vývodoch A do B+C získame sériovo paralelnú

indukčnosť motora. Na výpočet indukčnosti v jednej fáze použijeme formulu: $L_{faz} = L + \frac{L^2}{2L} = \frac{3L}{2}$. Indukčnosť motora má však rozdielne hodnoty v rôznych polohách motora. To je spôsobené vzájomným ovplyvňovaním indukcií permanentnými magnetmi v motore. Indukčnosť mala nasledovný priebeh (zobrazené sú len maximá):



Obrázok č. 4.2 Priebeh statorových indukčností

Maximálnu hodnotu priradíme q zložke a naopak minimálnu hodnotu priradíme d zložke.

Meranie odporu prebehlo obdobne s rozdielom že jeho hodnota je konštantná, prepočítame teda len sériovo paralelne zapojenie.

4.2 Spätná väzba

Použitý absolútny snímač polohy komunikuje s riadiacim algoritmom cez SPI. Ide o snímač pozostávajúci z halových senzorov merajúcich polohu permanentného magnetu, ktorý je pevne spojený s rotorom motora. Snímač už obsahuje analógovo-digitálny prevodník a predspracovanie polohy. Výstupná hodnota polohy prichádza v podobe hodnôt od 0 po 2^{14} , čo je maximálny rozsah snímača. Túto hodnotu je nutné prepočítať na elektrickú polohu. Keďže motor má vinutia rozložené tak, aby bol výsledný moment s čo najmenším zvlnením dochádza k rozdielnemu počtu elektrických a mechanických otáčok motora. V našom prípade má motor 22 permanentných magnetov a z toho vyplýva 11 elektrických otáčok. Rozsah snímača teda musíme podeliť 11

Je použitá SPI z 16 bitmi v móde 1 pri 1 MHz. Pri čítaní dát zo snímača, prvé dva bity v komunikácii znamenajú (pre model AS5048A): 15 bit označuje párnú paritu a 14 bit označuje či pri predchádzajúcej operácii čítania nedošlo k chybe.

V snímači je možné nastavovať aj iné parametre, napríklad nastavenie nulovej polohy, aby bola zhodná s mechanickým začiatkom z jednej z elektrických otáčok motora. Tým sa plynule dostávame k problému zarovnania „alignment“ počiatkovej polohy. Na zmeranie rozdielu počiatkovej polohy elektrickej otáčky a počiatkovej polohy snímača, je nutné dostať motor na začiatok jednej z elektrických otáčok. To dosiahneme tým že na vstup jednej z jeho fáz privedieme širší pulz PWM ako na ostatné. Motor sa takto dostane do najbližšieho začiatku elektrickej otáčky. Polohu ktorá je meraná na snímači použijeme na korekciu.

Poloha je snímaná v samostatnej *while* slučke s frekvenciou vzorkovania 80 kHz.

4.3 Prúdová slučka

Je založená na prepočte meraných prúdov vo fázach na klasický 2D súradnicový systém s dvomi osami d , q . Na tento prepočet potrebujeme Parkovú a Clarkovej transformáciu. Parková transformácia potrebuje elektrickú pozíciu. Následná regulácia d q zložky a spätný prepočet až na šírku pulzu. Prúdová slučka sa môže vykonať len v prípade ak už máme aktuálnu hodnotu prúdov a bol vygenerovaný PWM signál. Tento kód sa nachádza v Príloha č. 1.

Nastavenie regulátorov bolo možné po dosadení parametrov do rovnice (4). Získame prenosy s časovým oneskorením v podobe periódy vzorkovacej frekvencie:

$$F_d(p) = \frac{\frac{1}{19,02}}{\frac{7,23 \cdot 10^{-3}}{19,02}p + 1} e^{-\frac{1}{20000}p} = \frac{52,6 \cdot 10^{-3}}{0,38 \cdot 10^{-3}p + 1} e^{-\frac{1}{20000}p} \quad (71)$$

$$F_q(p) = \frac{\frac{1}{19,02}}{\frac{11,04 \cdot 10^{-3}}{19,02}p + 1} e^{-\frac{1}{20000}p} = \frac{52,6 \cdot 10^{-3}}{0,58 \cdot 10^{-3}p + 1} e^{-\frac{1}{20000}p} \quad (72)$$

Na vykompenzovanie časových konštánt použijeme PI regulátor:

$$F_{Rd}(p) = \frac{K_R(Tp + 1)}{p} = \frac{K_R \cdot 0,38 \cdot 10^{-3}p + 1}{p} \quad (73)$$

$$F_{Rq}(p) = \frac{K(Tp + 1)}{p} = \frac{K \cdot 0,58 \cdot 10^{-3}p + 1}{p} \quad (74)$$

Zosilnenie nastavíme podľa požadovanej zásoby stability vo fáze alebo experimentálne podľa prechodovej charakteristiky na základe veľkosti prekmitu. Pri zložke d môžeme regulátor nastavovať na motore bez jeho zablokovania naopak pri nastavovaní regulátora q zložky musí byť motor pevne uzamknutý bez vôle.

Regulátor použitý v programe používa nasledovné zadávanie parametrov:

$$V_{OUT}(Prop) = \frac{20 V}{2^{16}} K_p \cdot (Regul. odchylka) \quad (75)$$

$$V_{OUT}(Integ) = \frac{20 V}{2^{16}} K_i \cdot LIMIT \left(\frac{Integ. sum.}{256} \right) \quad (76)$$

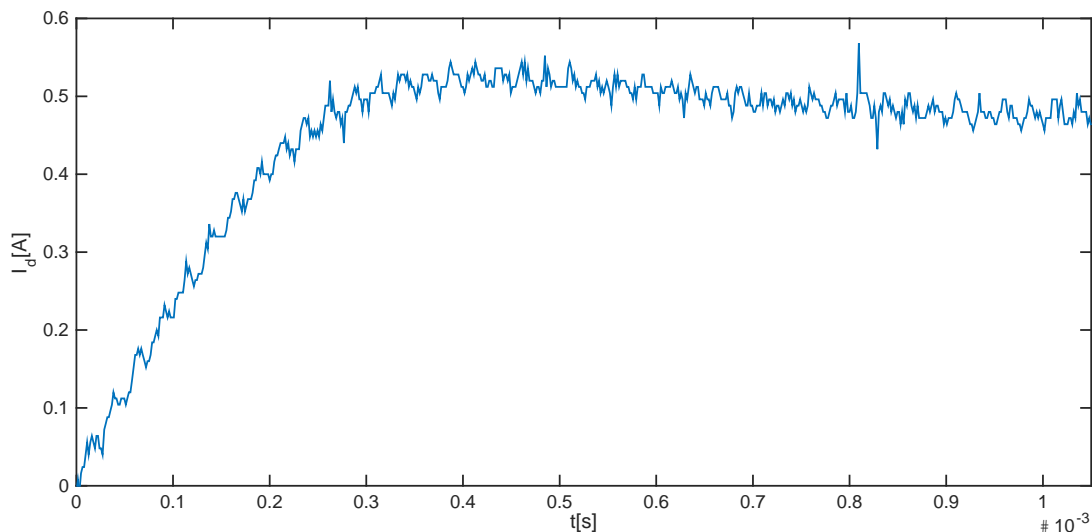
Kde: 20 V je maximálny výstup napätia digitálno-analógového prevodníka
 2^{16} je rozsah digitálno-analógového prevodníka

Na výpočet akčného zásahu je v LabView Motion control implementovaná nasledujúca spojitá forma PID regulátora a to:

$$x(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_d \frac{d}{dt} \varepsilon(t) \quad (77)$$

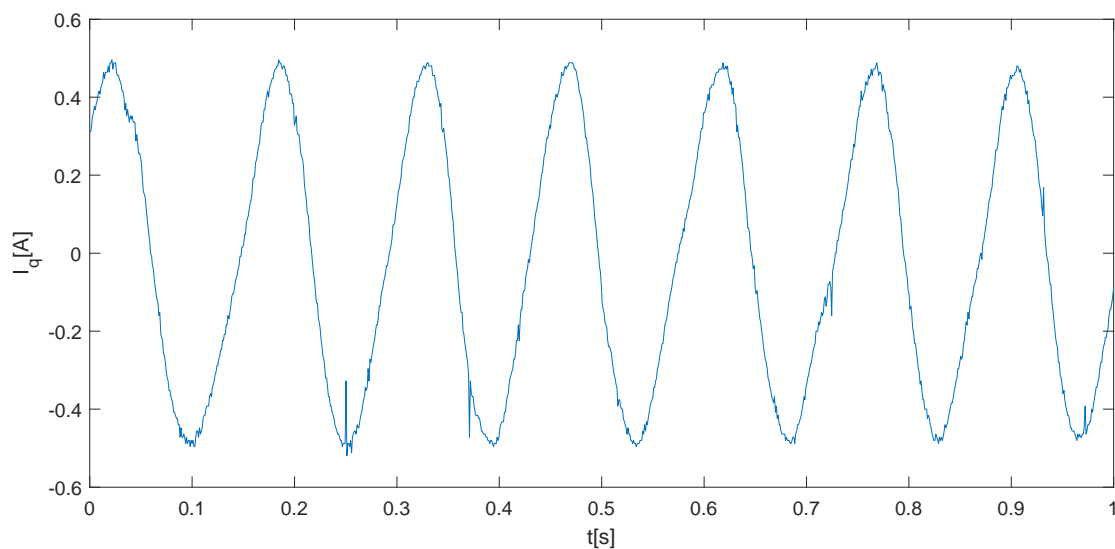
Akčný zásah bude daný len súčtom $V_{OUT}(Prop) + V_{OUT}(Integ)$.

Prechodový dej pre regulátor s parametrami $K_i=0,1361$ $K_p=0,85$ pri vzorkovacej perióde slučky $T_{fz}=50 \mu s$:



Obrázok č. 4.3 Prechodová charakteristika d zložky statorového prúdu

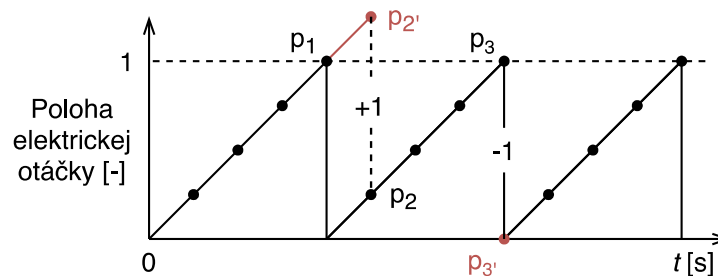
Priebeh statorového prúdu pri konštantnej záťaži pre regulátor s parametrami $K_i=0,0679$ $K_p=0,85$ pri vzorkovacej perióde slučky $T_{fz}=50 \mu s$:



Obrázok č. 4.4 Priebeh statorového prúdu pri konštantnej záťaži

4.4 Polohová a rýchlostná slučka

Polohová a rýchlostná slučka môžu byť umiestnené v jednej *while* slučke s periódou vzorkovania $T_{vz}=1$ ms. Pre rýchlostnú slučku je potrebné získať aktuálnu rýchlosť a to ako deriváciu polohy pomocou rovnice (10). Absolútny snímač ma však maximálnu hodnotu polohy, po ktorej prekročení počíta polohu opäť od nuly. To spôsobí problém vo výpočte rýchlosti pretože v tomto momente bude rýchlosť najväčšia možná vzhľadom na vzorkovaciu periódu. Tento problém si môžeme predstaviť :



Obrázok č. 4.5 Prechod z koncových stavov snímača polohy

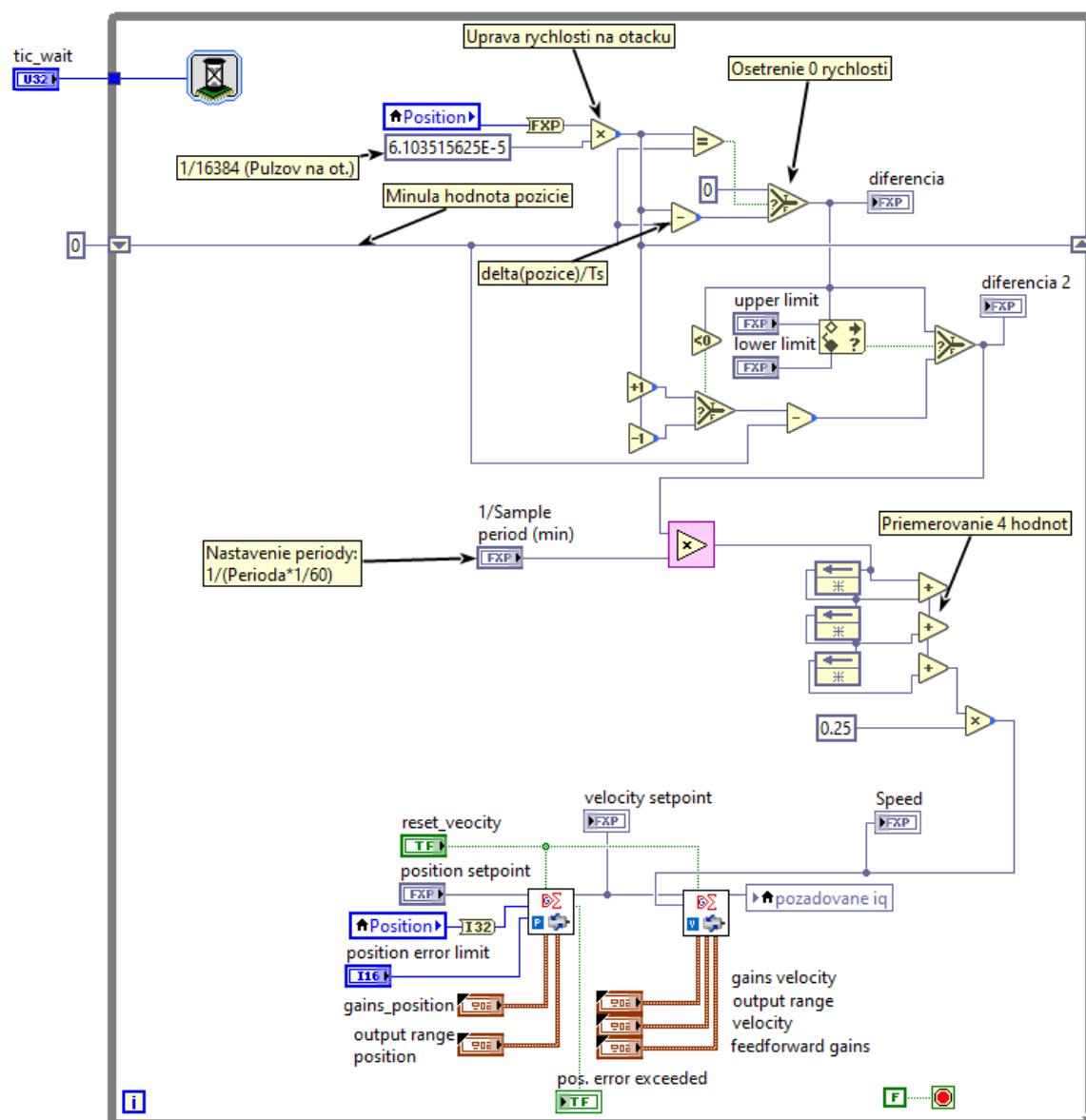
Na to, aby sme boli schopný určiť smer otáčania (rýchlosti) musíme spĺňať Shannon-Kotelnikov teorém a mať minimálne 4 vzorky v jednej elektrickej otáčke. Na základe tohoto tvrdenia vieme stanoviť najnižšiu vzorkovaciu periódu vzhľadom ku maximálnej rýchlosti v rovnici(10):

$$v_{MAX} = \frac{1/4}{T_s} \quad (78)$$

Elektrické otáčky sú normované na hodnoty od 0 do 1 a potrebujeme 4 vzorky, čo dáva konštantu 0,25. Táto konštanta zároveň udáva maximálny rozdiel minulej a súčasnej hodnoty polohy, ktorý môže nastať ináč budeme detegovať že sa jedná o prechod absolútneho snímača z krajných polôh.

V algoritme detegujeme či je rozdiel hodnôt v nami stanovenom limite. Pokiaľ sa nenachádzame v limite pripočítame alebo odčítame 1 k novej hodnote na základe pôvodnej diferencie hodnôt elektrickej polohy. Týmto spôsobom sa určuje smer otáčania. V jednoduchosti v prípade bodu p_2 je diferencia p_1-p_2 väčšia ako 0,25 a preto prirátame k jeho hodnote 1. Ilustrácia riešenia problému je na obrázku uvedenom vyššie (Obrázok č. 4.5). Po určení smeru otáčania vytvoríme novú správnu diferenciu bez chyby. Diferenciu vynásobíme obrátenou hodnotou vzorkovacej periódy upravenou na otáčky za minútu. Posledným krokom pred získaním skutočnej rýchlosti bude filtrácia ktorú vytvoríme ako aritmetický priemer 4 po sebe idúcich hodnôt. Rýchlosť je vstupom do PI regulátora riadiaceho rýchlostnú slučku. Polohová slučka má na vstupe požadovanú polohu v rozsahu 0 až maximálna hodnota polohy snímača 2^{14} (pre ďalšie verzie bude táto hodnota priamo

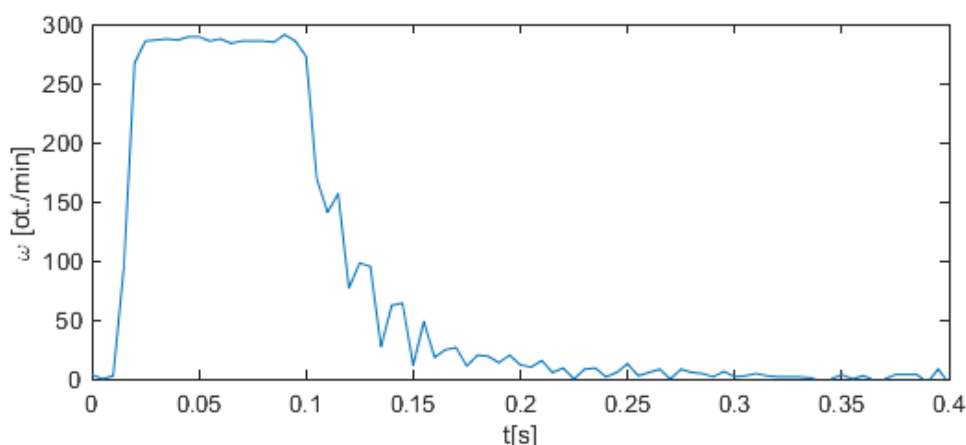
v stupňoch) Popísaný algoritmus je zobrazený na nasledujúcom obrázku v prostredí LabVIEW:



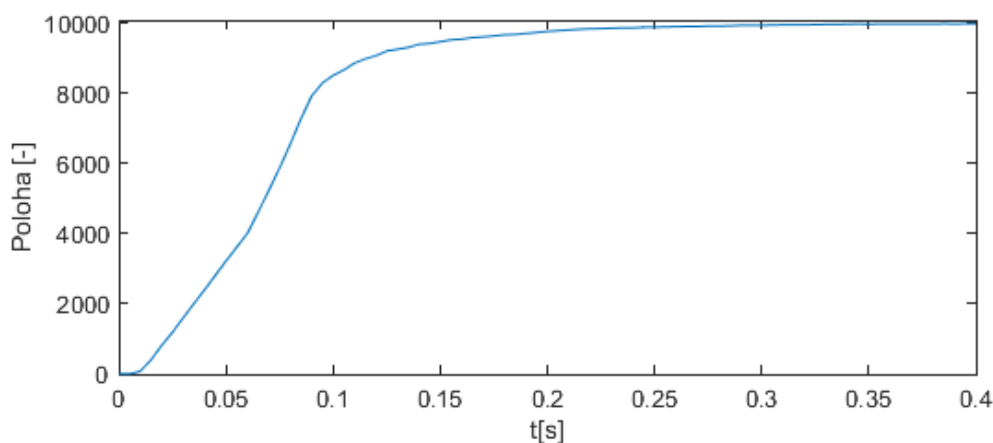
Obrázok č. 4.6 Polohová a rýchlostná regulačná slučka – LabVIEW

Kompletný projekt v LabVIEW sa nachádza v Príloha č. 11.

Výsledné prechodové deje pre rýchlostnú a polohovú slučku s parametrami regulátorov: rýchlostný regulátor $K_p=0,0078$ $K_i=0,004$ polohový regulátor $K_p=0,0498$ pri vzorkovacej perióde slučky $T_{fz}=1$ ms:



Obrázok č. 4.7 Rýchlostná regulačná slučka - odozva na skokovú zmenu polohy



Obrázok č. 4.8 Polohová regulačná slučka na skokovú zmenu polohy

4.5 Popis ovládania programu

Ovládací panel algoritmu je v Príloha č. 2. Je rozdelený 6 hlavných ovládacích prvkov kde:

- **Driver control** – umožňuje ovládanie karty NI 9502 či už odstránenie chybovej hlášky alebo vypnutie ovládania motora.
- **Alignment** – nastavuje zarovnanie motora podrobnejšie rozobrané v kapitole 4.2.
- **SPI** -Umožňuje nastavenie parametrov SPI či dĺžku vzorkovacej periódy polohy *Count(Ticks)*
- **Position** – zobrazuje aktuálne stavy rýchlosti a polohy motora. Je možné nastaviť vzorkovaciu periódu polohovej a rýchlostnej slučky.
- **PID** – nastavenie regulátorov prúdovej slučky a periódy vzorkovania tejto slučky
- **Control loop 2** – nastavenie polohového a rýchlostného regulátora

Na spustenie riadiaceho algoritmu postupujeme:

1. Nastavenie tlačidla *alignment_ready* do negatívneho stavu a tlačítka *reset PI*, *reset_velocity* do pozitívneho stavu
2. Skontrolujeme nastavenie regulátorov a overíme či karta nehlási chybovú hlášku. V prípade ak áno použijeme tlačidlo *Clear Faults*
3. Môžeme prepnúť tlačidlo *Enable* do pozitívneho stavu. Môžeme sledovať pootočenie motora.
4. Nastavenie tlačidla *alignment ready* do pozitívneho stavu
5. Nastavenie tlačidla *reset PI* do negatívneho stavu
6. Nastavenie tlačidla *reset_velocity* do negatívneho stavu

5 NÁVRH HARDWARE

Požiadavka na hardware bola možnosť riadenia kyvadla z programu Matlab Simulink pomocou riadiacej karty MF 624. Na riadenie kyvadla bolo nutné implementovať hardware schopný ovládať PMSM alebo BLDC motory, prijímanie akčného zásahu a odosielanie aktuálnej polohy druhého uhla kyvadla θ_2 .

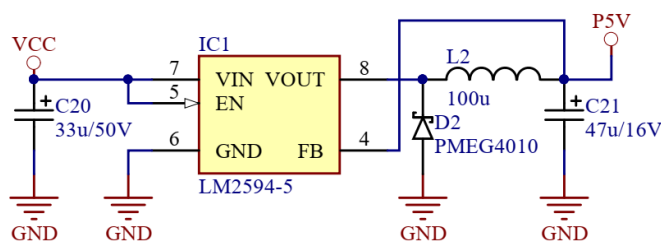
5.1 Návrh plošného spoja

Návrh je potrebné rozdeliť na niekoľko častí. Ako prvé je potrebné si uvedomiť akú elektroniku na plošnom spoji potrebujeme a jej prispôbiť napäťové hladiny. Vieme že budeme potrebovať výkonovú časť plošného spoja a teda výkonové tranzistory schopné spínať napätie na vstupe motora 10 až 20 V. Vstupné napätie využiť ako zdroj pre riadiacu elektroniku.

5.1.1 Napájanie

Mikrokontrolér má napájacie napätie 3,3V. Z hladiny napájacieho napätia je rozdiel 16,7 V. V prípade ak použijeme najjednoduchšiu techniku a teda lineárny regulátor napätia, len pri spotrebe samotného mikrokontroléra približne 50 mA vytvoríme potrebu spáliť prebytočný výkon o veľkosti 0,835 W nepočítajúc spotrebu ďalších súčiastok. Pri veľkom rozdieli napájacích hladín je vhodnejšie použiť spínaný zdroj napätia aj z hľadiska spotreby celého plošného spoja v prípade nečinnosti.

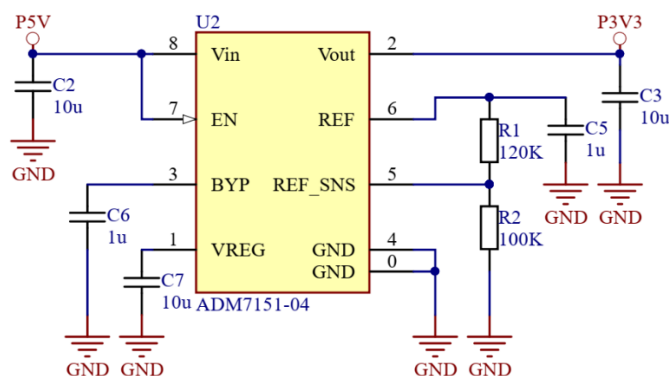
Najvhodnejšie bude použitie spínaného zdroja na 5 V a následne použitie lineárneho regulátora napätia do hladiny 3,3 V. Na návrh spínaného zdroja bol použitý nástroj Webench od spoločnosti Texas Instruments (dostupný na: [Webench](#)). Vygenerovaná dokumentácia z nástroja je priložená v Príloha č. 6. Vybraný bol spínaný zdroj LM2594-5 jeho schematické zapojenie je na nasledovnom obrázku:



Obrázok č. 5.1 Spínaný zdroj LM2594-5

Jednou z nevýhod spínaných zdrojov je zvlnenie výstupného napätia práve frekvenciou ktorou je zdroj spínaný. Zdroj LM2594-5 spína na frekvencii 150 kHz, čo je nezvyčajne nízka hodnota, novšie spínané zdroje majú ďaleko vyššiu spínaciu frekvenciu. Niektoré lineárne regulátory sú schopné vnútorne potlačiť zvlnenie na

vstupnom napätí. Môžeme to využiť a použiť lineárny zdroj ADM7151-04, ktorý potláča frekvencie od 1 kHz do 100 kHz o 90 dB a frekvencie nad 1 MHz viac ako 60 dB. Čo je veľmi vhodná vlastnosť pretože budeme používať analógovo digitálne prevodníky mikrokontroléra, pre ktoré je vhodné mať, čo najstabilnejšie napájacie napätie. Na nasledujúcom obrázku je uvedené zapojenie lineárneho zdroja napätia:



Obrázok č. 5.2 Lineárny zdroj napätia ADM7151-04

Zdroj má nastaviteľnú veľkosť výstupného napätia pomocou odporov R1 a R2. Ich veľkosť nastavíme na základe vzorca:

$$U_{OUT} = 1,5(R1 + R2)/R2 \quad (79)$$

Výrobca udáva rozmedzie odporu R2 vo veľkosti od 1KΩ až 200KΩ. Maximálny výstupný prúd je 800 mA, čo je dostatočná rezerva aj s ohľadom na ostatné periférie ktoré sa budú na plošnom spoji nachádzať.

5.2 Spracovanie riadiacich signálov.

Na riadenie kyvadla je nutné poznať požadovanú hodnotu na ktorú sa má motor natočiť a zároveň odosielať aktuálny uhol natočenia kyvadla. Prepojenie počítača so systémom, ktorý beží v reálnom čase je možné pomocou riadiacej karty MF 624. Takáto karta je schopná spracovávať signály a ich hodnoty odosielať priamo na PCI expres zbernicu počítača, vďaka čomu môže následne program Simulink vytvoriť časovo deterministicky bežiacu inštanciu nášho riadiaceho algoritmu.

Na prenos riadiacich signálov je možné použiť analógovú reprezentáciu v podobe meniaceho sa napätia. Použité by boli analógovo-digitálne prevodníky karty MF 624 a digitálno-analógové prevodníky mikrokontroléra pre prenos uhlu kyvadla. Obdobne v opačnom prípade prenosu akčného zásahu. Problém s týmto riešením nastáva v šume vznikajúcom na kábloch v podobe presluchov, indukovaného napätia z okolitého prostredia či rôzne úrovne zimiaceho napätia medzi prijímačom a vysielačom. Ďalšou nevýhodou je presnosť prevodníkov, výsledná hodnota bude vždy skreslená. Samozrejmou variantnou by bolo prenášanie signálov cez

diferenciálne zapojene, ktoré je voči rušeniu značne odolnejšie. Je potreba poznamenať že diferenciálne zapojenie je značne nákladnejšie

Ako riešenie sa črtá použitie digitálnych signálov. Riadiaca karta však nemá vyvedené žiadne bežné periférie ako SPI či UART. Pokiaľ by sme riadiacu kartu vynechali a použili bežné dostupné USB prevodníky na sériové linky stratili by sme údaje o čase.

Jednoduché pripojenie pomocou USB stráca informácie o čase kedy boli dáta získane. USB štandard popisuje takzvané kontrolné prenosy, ktoré popisujú izochronický prenos dát. Izochronický prenos (*isochronous transfer*) USB je určený pre časovo citlivé dáta, negarantuje, ale žiadne časové rozmedzie do ktorého by mal ďalší údaj prísť. Obmedzenie nastáva aj v dĺžke paketu, dáta o uhle majú veľkosť 16 bitov, no paket má určenú minimálnu dĺžku. To by znamenalo že jeden USB paket by obsahoval niekoľko údajov o polohe. Dáta sa pri tomto spôsobe prenosu môžu stratiť, nie je garantované ich doručenie vysielateľ sa ani nedozvie o prípadnej strate paketu.

Ďalší spôsob je prenos prerušenia (*interrupt transfer*). Prerušenie je prenášané s plánovanou opakovateľnosťou a vysielateľ sa dozvie o prípadnej strate dát. Pre plnú rýchlosť USB zariadenia je perióda opakovania definovaná medzi 1 ms a 255 ms [14]. Môžeme garantovať len že dáta budú prichádzať v rozmedzí do 10 ms, nie ich skutočnú periódu.

Pre riešenie pomocou USB by bol potrebný mikrokontrolér, ktorý obsahuje možnosť nastavenia periférie USB na izochronický prenos dát či podporu prenosu prerušenia. Prípadne drahší prevodník zo sériovej linky na USB s podporou týchto prenosov. Otázne by bolo prepojenie Simulinku s dátami z USB, čo by však malo byť možné na základe možnosti spracovania signálu z webkamery.

Riadiaca karta obsahuje digitálne vstupy/výstupy v podobe časovačov. Časovač je vhodný na vytvorenie PWM signálu, ktorý môže vyjadriť prenášané dáta v podobe pomere dĺžky trvania zapnutého a vypnutého stavu. Tento signál nebude náchylný na rušenie indukované na kábloch, bude limitovaný len presnosťou použitých časovačov. Časovač má hodinový vstup na úrovni 50 MHz a rozlíšenie 32 bajtov [15]. Prenášané údaje o polohe majú veľkosť 14 bitov, čo v dekadickom formáte predstavuje maximálnu hodnotu 16384. Vyjadrenie maximálnej frekvencie PWM, ktorú je prevodník schopný spracovať:

$$PWM_{MAX f} = \frac{f_{TIM}}{2^{bit}} = \frac{50 \cdot 10^6}{2^{14}} \approx 3 \text{ KHz} \quad (80)$$

kde: T_{TIM} perióda hodín časovača
 bit počet bitov na prenesenie

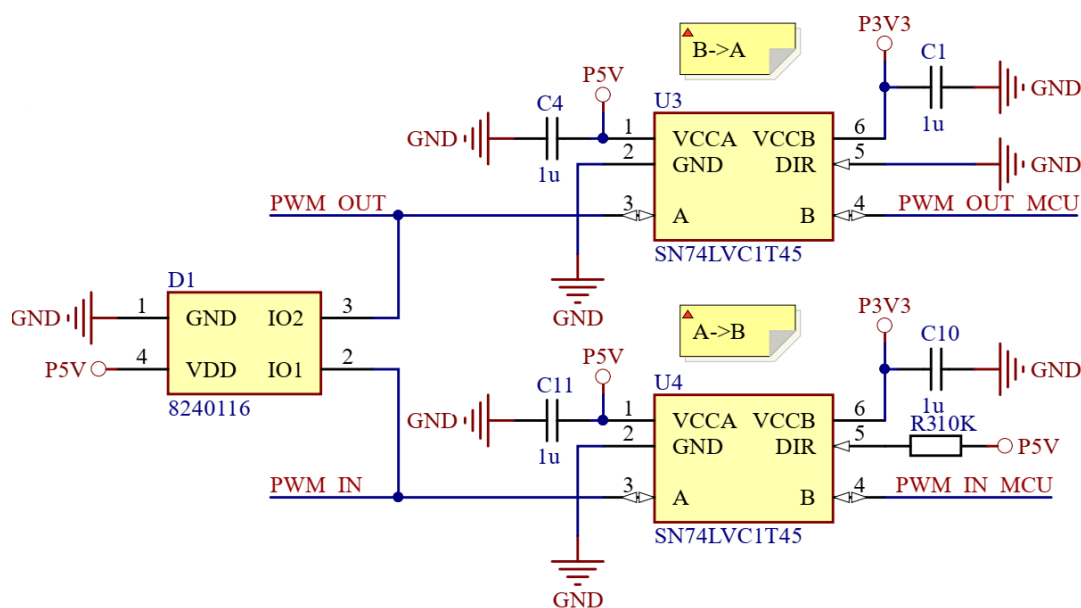
Ku uvedenému vzorcu dôjdeme úvahou, pri maximálnej rýchlosti hodín vstupujúcich do časovača vieme určiť minimálnu dĺžku pulzu, ktorý časovač dokáže

detegovať. Následne túto dobu vynásobíme počtom hodnôt ktoré chceme reprezentovať signálom PWM, čím získame periódu a malou úpravou získame uvedený vzorec.

Pre opačný smer z riadiacej karty do mikrokontroléra, ponecháme rovnaké rozlíšenie signálu, kde budeme schopný ovládať uhol natočenia motora v rozmedzí 0 až $2^{14} = 16384$.

Na prenos signálu bol zvolený konektor od firmy MOLEX . Konektor ma štyri kontakty, čo zaručí dostatočné tienenie medzi signálmi. Jednoduchý systém upínania zaručí, aby konektor nebolo možné vytrhnúť.

Riadiaca karta je schopná spracovávať signály na digitálnych vstupoch a výstupoch v štandarde TTL. Navrhnutá doska však pobeží na nižšej napájacej úrovni. Tento problém ma riešenie v podobe takzvaných „levelshiftroch“, sú to súčiastky umožňujúce zmenu napäťovej úrovne digitálnych signálov. Pri výbere týchto súčiastok je dôležitým parametrom maximálna priepustnosť dát. Pre SN74LVC1T45 je tento parameter rovný 420 Mbps v prípade prenosu 3,3V logiky do TTL 5 V logiky a v opačnom prípade 210 Mbps. Na základe týchto parametrov môžeme zhodnotiť že preniesť signál v rýchlosti 50 MHz = 50 Mbps nebude problém. Medzi výhody tejto súčiastky patrí aj ESD ochrana. Na nasledujúcom obrázku sa nachádza schematické zapojenie súčiastky.

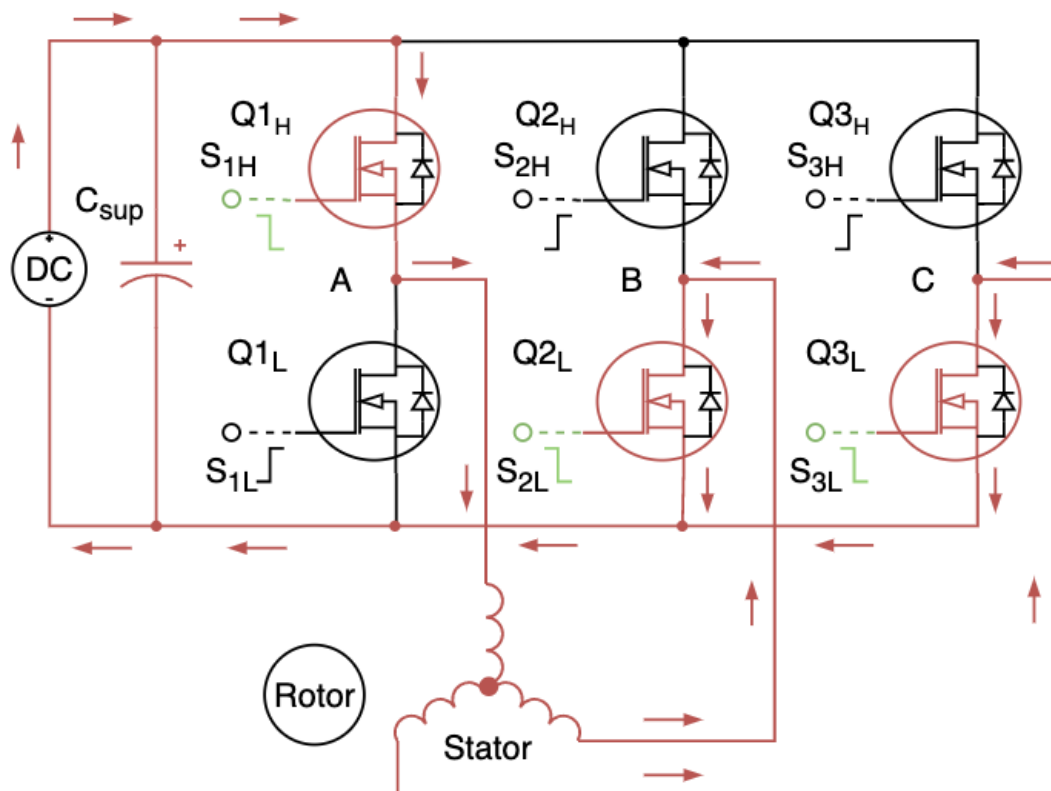


Obrázok č. 5.3 Zapojenie riadiacich signálov

Na schéme môžeme vidieť súčiastku z označením 8240116 jedná sa o TVS diódu vhodnú na ochranu polovodičových súčiastok proti výbojom nad 5 V na vysokorýchlostných digitálnych signáloch.

5.3 Výkonová časť

Za použitia 6 tranzistorov sme schopný vytvoriť prúd pretekajúci vinutím takým spôsobom, že vytvára rotujúce magnetické pole v statore, čo má za následok roztočenie rotora motora. Na ďalšej schéme je toto zapojenie zobrazené.



Obrázok č. 5.4 Zapojenie trojfázového meniča

Princíp je jednoduchý, ako vidíme na obrázku otvorením tranzistora $Q1_H$ a súčasne otvorením tranzistorov $Q2_L$ a $Q3_L$. Vytvoríme prúd tečúci cez vinutie statora motora. Prúd pretekajúci vinutím motora vytvorí magnetické pole, čo stator obsahujúci permanentné magnety, natočí k najbližšej vyhovujúcej polohe zhodujúcej sa s polarizáciou vinutia na statore motora. Aby sa rotor otáčal musíme správne generovať signály $S1$ až $S3$ a spínať správne kombinácie tranzistorov.

5.3.1 Výkonové tranzistory BSC070N10NS3 G

Boli zvolené na základe požiadavkou na napájacie napätie či budiace prúdy motora. Jedná sa o MOSFET tranzistory s kanálom typu N. Vhodné sú najmä z dôvodu veľkosti odporu v zopnutom stave, v tomto konkrétnom prípade $6,3 \text{ m}\Omega$, čo znamená malé prehrievanie súčiastky a malé straty. Je to hlavná výhoda oproti P kanálovým MOSFET tranzistorom, ktoré majú zväčša trojnásobne vyššiu hodnotu odporu v zopnutom stave a sú pomalšie [16]. Tranzistory sú v puzdre PG-TDSON-8, môžeme uviesť jeho tepelné vlastnosti pomocou rovnice (81) [17]:

$$Q = \frac{T - T_{REF}}{R_{TH}} = \frac{150 - 21}{62} \approx 2 \text{ W} \quad (81)$$

Kde: Q maximálny výkon, ktorý môžeme spáliť bez poškodenia tranzistora
T maximálna prevádzková teplota
T_{REF} referenčná teplota
R_{TH} empirický termálny odpor

Pri maximálnych hodnotách prúdu, na ktoré navrhujeme trojfázový menič, I_{MAX} = 10A tranzistory vyhovujú. Výpočet je v nasledovnej rovnici odvodenéj z Ohmového zákona:

$$Q > P_{MAX} = R_{DS} I_{MAX}^2 = 6,3 \cdot 10^{-3} 10^2 = 0,63 \text{ W} \quad (82)$$

N kanálové MOSFET tranzistory majú ochrannú diódu, ktorá chráni pred ich zničením v smere z source do drain. Táto dióda má úbytok napätia v priepustnom smere 1,2V, po aplikovaní vyššie uvedenej rovnice limitujeme maximálny prúd na 1,6 A cez jeden tranzistor bez toho aby sme ho zničili. Tento prípad nastáva len počas takzvaného „dead time“, tento pojem bude vysvetlený v kapitole 5.5.5.3.

5.3.2 Budenie tranzistorov

Použitie N kanálových MOSFET tranzistorov ako vrchom spínajúce vyžaduje budenie gate elektródy, ktoré je referencované ku source elektróde tranzistora. Využívame budiče, ktoré sú už v podobe integrovaného obvodu. Budiče musia byť odolné voči prudkým zmenám v napätí objavujúcim sa počas spínania tranzistorov a schopné vybudit' gate MOSFET tranzistora nad hladinu napájacieho napätia. Vo väčšine prípadov musí byť hladina napätia na gate nad hladinou najvyššieho potenciálu nachádzajúceho sa v obvode. [16]

Vybraný bol budič od firmy Texas Instruments UCC27712 620-V. Dôležitou súčasťou je správne navrhnutie kondenzátorov C_{BOOT} a C_{VDD} ktoré zohrávajú hlavnú úlohu pre správne fungovanie obvodu. C_{BOOT} taktiež nazývaný ako „bootstrap“ kondenzátor. Má za úlohu filtrovanie vysokých špičiek prúdu budiacich gate elektródu MOSFET tranzistora zatiaľ, čo musí poskytnúť prepätie pre plávajúce obvody s referenciou voči source elektróde MOSFET tranzistora. Na výpočet týchto hodnôt výrobca udáva nasledujúce rovnice:

$$Q_{TOAL} = Q_G + \frac{I_{QBS}}{f_{sw}} \quad (83)$$

Kde: Q_{TOAL} veľkosť náboja potrebného na jeden spínací cyklus
Q_G veľkosť náboja na gate elektróde potrebnej na zopnutie
I_{QBS} kl'udový napájací prúd medzi HB a HS výrobca udáva hodnotu 65μA
f_{sw} frekvencia spínania

Dosadením do rovnice dostávame:

$$Q_{TOAL} = 55 \text{ nC} + \frac{65 \mu\text{A}}{20 \text{ KHz}} = 55,25 \text{ nC} \quad (84)$$

Minimálna veľkosť C_{BOOT} kondenzátora sa vypočíta s ohľadom na očakávané zvlnenie napájacieho napätia. Z ohľadom na to že plošný spoj bude napájaný z laboratórneho zdroja a zapojene veľké elektronické kondenzátory (C32, C33), neočakávame veľké zvlnenie napätia a hodnotu stanovíme na $\Delta V_{BOOT} = 0,5 \text{ V}$.

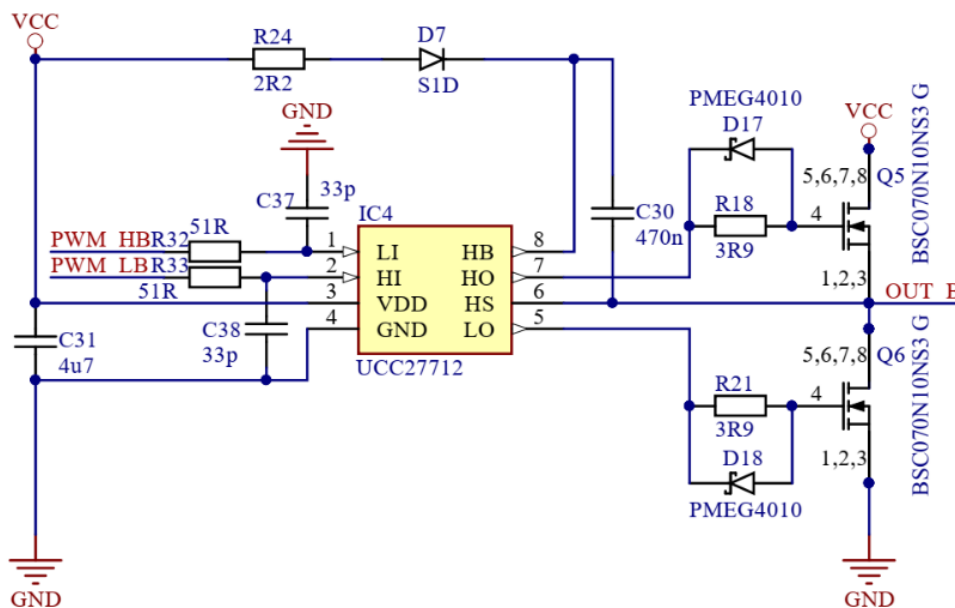
$$C_{BOOT} = \frac{Q_{TOAL}}{\Delta V_{BOOT}} = \frac{55,25 \cdot 10^{-9}}{0,5} = 110,5 \text{ nF} \quad (85)$$

V praxi však hodnota kondenzátora C_{BOOT} musí mať väčšie hodnoty. Dovolí to fluktuáciu kapacitancie na základe zmeny teploty a napájacieho napätia. Zvolíme teda aspoň 4x vyššiu hodnotu 470 nF.

V prípade C_{VDD} kondenzátora označovaného tiež ako „bypass“ či „holdup“ kondenzátor je výpočet jednoduchší a z pravidla sa jeho hodnota volí 10x väčšia než hodnota C_{BOOT} kondenzátora. $C_{VDD} = 4,7 \mu\text{F}$.

Vhodné je spomenúť „bootstrap“ rezistor a diódu. Rezistor limituje rýchlosť nárastu napätia na piny HB a HS. Úloha „bootstrap“ diódy je zabezpečiť, čo najmenšiu stratu náboja z „bootstrap“ kondenzátora z tohto dôvodu je požadovaná veľmi rýchla dióda s čo najmenším úbytkom napätia v priepustnom smere. Všetky ostatné ostaté súčiastky potrebné na správny chod budiča ako R-C filtre (príkladom: R32, C37) na vstupoch PWM signálov do budiča či gate rezistory (príkladom R21) boli navrhnuté z ohľadom na doporučené hodnoty od výrobcu [18].

Na nasledujúcej schéme je znázornené zapojenie budiča. Pričom $C_{BOOT} = C30$, $C_{VDD} = C31$, $R_{BOOT} = R24$, $D_{BOOT} = D7$.



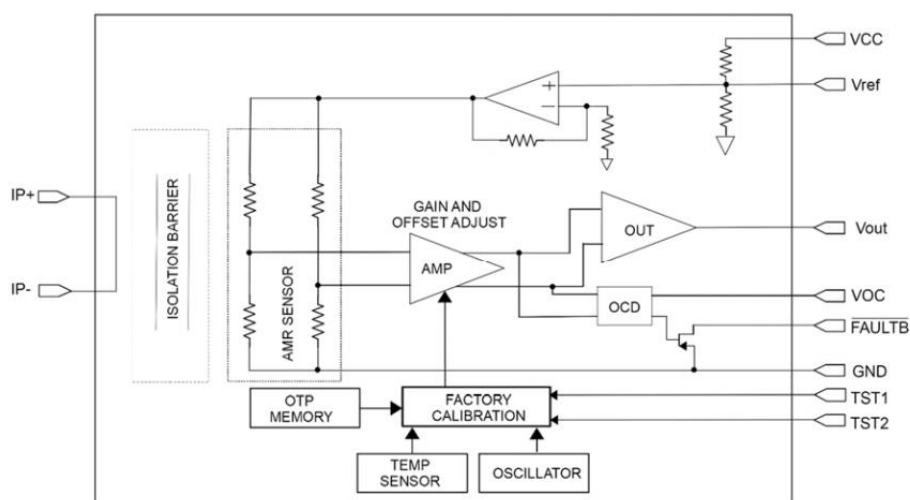
Obrázok č. 5.5 Zapojenie budiča MOSFET tranzistorov UCC27712

5.3.3 Meranie prúdu

Meranie prúdu je uskutočniteľné viacerými spôsobmi. Ako prvá najviac používaná varianta je meranie prúdu pomocou rezistora zapojeného ako bočník. Tento rezistor sa umiestňuje medzi elektródu sorce spodného tranzistora a uzemnenie. Meraním úbytku napätia za použitia analógovo digitálnych prevodníkov mikrokontroléra získame hodnotu prúdu. Prúd však týmto tranzistorom netečie stále a vzniká požiadavka synchronizácie s PWM signálom generovaného riadiacim algoritmom. Výhoda tohto zapojenia spočíva v jeho nízkej cene.

Ďalšou variantou je priame meranie prúdov samostatným integrovaným obvodom. Na znalosť hodnôt všetkých troch prúdov tečúcich do motora stačí merať dva prúdy a ďalší sme schopný jednoducho dopočítať. Táto varianta je jednoduchšia z hľadiska implementovania do riadiaceho algoritmu, pretože hodnotu prúdu sme schopný merať v akýkoľvek okamžik.

Zvolený merač prúdu MCA1101-5-3 je schopný merať prúdy do výšky $\pm 5A$. Funguje na princípe magnetorezistencie, za použitia materiálu Permalloy, ktorý sa chová ako magnetometer. Permalloy je materiál obsahujúci približne 80% niklu a 20% železa. Odpor tejto zliatiny závisí na uhle medzi smerom magnetizácie a smerom pretekajúceho prúdu. V magnetickom poli sa smer magnetizácie otáča k smeru magnetického poľa a veľkosť uhla natočenia závisí na veľkosti vonkajšieho poľa. Odpor zliatiny klesá pri zväčšujúcom sa uhle natočenia magnetizácie od smeru pretekajúceho prúdu a je najmenší, keď je magnetizácia kolmá na smer pretekajúceho prúdu. Permalloy je umiestnený na kremíkovej doštičke v tvare odporového pásika. V súčiastke sa nachádzajú dva takéto odpory zapojené do Wheatstonového mostíka, aby sa umožnilo meranie veľkosti magnetického poľa vytvoreného prúdom. Zapojenie Permalloyových odporov do Wheatstonového mostíka je na nasledujúcej schéme pod označením AMR senzor.

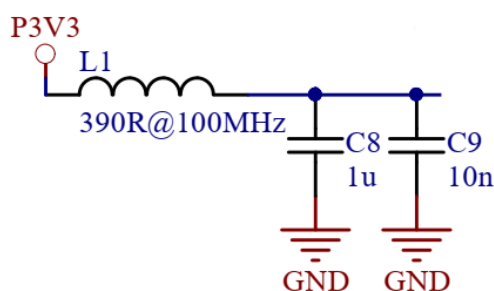


Obrázok č. 5.6 Vnútročné zapojenie snímača prúdu MCA1101

Permalloyový odpor je vo výrobe vystavený silnému magnetickému poľu, ktoré nastaví preferovaný smer vektora magnetizácie. V prevedení súčiastky je tento odpor vystavený pôsobeniu prúdu medzi vstupmi IP+ a IP- a vytvára napätie úmerné pozitívnemu alebo negatívnemu prúdu pretekajúcemu cez vstupy. Napätie je následne merané cez diferenciálne zapojený operačný zosilňovač, ktorého zosilnenie je tepelne kompenzované. Výstupné napätie V_{out} je referencované ku polovici napájacieho napätia, čo v prípade že nepreteká žiadny prúd znamená hodnotu polovice napájacieho napätia. Výstupná hodnota bude klesať v prípade prúdu pretekajúceho z IP- do IP+ a naopak stúpať v prípade smeru z IP+ do IP-.

Na schéme si povšimnime výstup V_{ref} je to vývod z referenčného napätia. Tento výstup patrí medzi hlavné výhody súčiastky oproti podobným snímačom prúdu. Hodnotu výstupu sme schopný využiť a na jej základe upravovať chybu spôsobenú nepresným nastavením referenčnej hodnoty napätia z lineárneho zdroja 3,3V, ktorá kolíše s vonkajšou teplotou, oproti vnútornej referenčnej hodnote analógovo digitálnych prevodníkov mikrokontroléra. Na meranie prúdu budeme potrebovať dva kanále analógovo digitálneho prevodníku, pričom jeden bude reprezentovať hodnotu pretekajúceho prúdu a druhý kanál bude sporadicky používaný na kontrolu referenčného napätia.

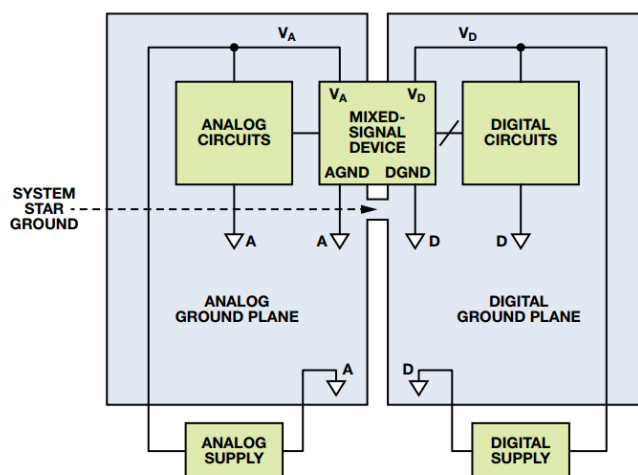
Periféria analógovo digitálnych prevodníkov mikrokontroléra obsahuje vlastné referenčné napätie, ktoré je dostatočne presné. Vyžaduje si však väčšiu pozornosť pri zapájaní napájania mikrokontroléra, v podobe filtra pre vyššie frekvencie na vstupe napájacích napätí, pre perifériu analógových vstupov/výstupov. Filter je zostavený z perličky a kondenzátora a predstavuje jednoduchý R-C filter – dolnú prepust'. Rozdielom však je že perlička L1 mení veľkosť odporu pre rôzne hodnoty frekvencie na vstupe filtra. Pre nízke hodnoty frekvencie má najmenšiu hodnotu odporu a pre vyššie naopak. Použitý filter je na nasledovnom obrázku:



Obrázok č. 5.7 Napájanie mikroprocesoru

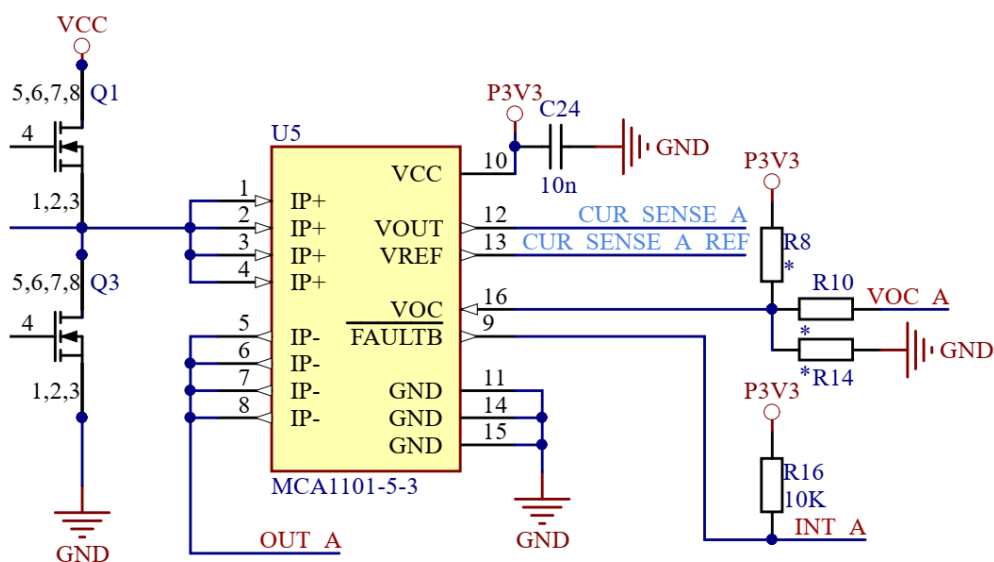
Potreba spomenúť že vo väčšine návrhov pri použití analógových periférii mikrokontroléra je analógové zmenenie oddelené od digitálneho najčastejšie formou hviezdicového uzemnenia. Hviezdicové uzemnenie oddeľuje analógové

obvody od rušivých digitálnych obvodov, správnym oddeleným umiestnením súčiastok a prepojením analógového a digitálneho uzemnenia v jednom mieste. To zaisťuje, že prúdy od analógových súčiastok budú tiecť oddelene od prúdov z digitálnych súčiastok. [19]. Schematické znázornenie hviezdicového uzemnenia:



Obrázok č. 5.8 Hviezdicové uzemnenie [19]

Privedením napätia na VOC vstup súčiastky definovaním deličom R8 a R14. nastavujeme veľkosť prúdu, ktorý spôsobí vyvolanie prerušenia na vývode FAULTB a zaisťujeme tak nadprúdovú ochranu. Reset prerušenia vytvoríme privedením napájacieho napätia (3,3 V) na VOC vstup. Nadprúdová ochrana nebude osadená. Zapojenie snímača prúdu je na nasledovnej schéme.



Obrázok č. 5.9 Zapojenie snímača prúdu

Kompletná schematická dokumentácia je v Príloha č. 8 . Projekt v Altium Designer je v prílohe Príloha č. 14.

5.4 Mikrokontrolér

Dôležitou súčasťou návrhu je výpočtová jednotka, ktorá dokáže v plnej miere nahradiť platformu CompactRIO a kartu NI 9502 na riadenie motora. S postupom vývoja elektroniky dosiahli aj mikrokontroléry výpočtový výkon dostatočný na implementovanie aj zložitejších riadiacich algoritmov ako aj v našom prípade. Sme schopný počítať zložité matematické transformácie či používať plávajúce desatinné čiarky ako typ premennej. Väčšina moderných mikrokontrolérov má postačujúci výpočtový výkon no potrebujeme aj správne periférie. V tomto konkrétnom prípade potrebujeme merať prúd na analógovo digitálnych prevodníkoch a vytvárať PWM signál na riadenie motora, čo kladie dôraz na dostatočne presné časovače.

Výber padol na mikrokontroléry od firmy STMicroelectronics. Firma sa zaoberá výrobou od 8 bitových až po 32 bitové mikrokontroléry s ARM architektúrou. ARM je skratka pre „Advanced RISC Machine“ pričom RISC je skratka pre redukovanú inštrukčnú sadu príkazov „Reduced Instruction Set Computer“, ktorá umožňuje menšie množstvo cyklov na prevedenie jednej inštrukcie oproti CISC „Complex Instruction Set Computer“.

STMicroelectronics ponúka širokú škálu 32 bitových AMR mikrokontrolérov, ktoré ma rozdelené do rodín podľa ich použitia. Na riadenie motorov odporúčajú rodinu G4 aj keď je možné použiť aj serie F3, F4 a samozrejme najvýkonnejšiu radu H7. S jadrom Cortex M4 ktoré je najpoužívannejšie pre zariadenia zo zmiešanými analógovými a digitálnymi signálmi.

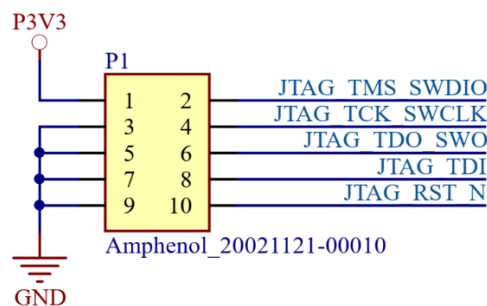
Ďalšou úlohou je vybrať správny počet vývodov a kombináciu periférii. Na mikrokontrolér chceme pripojiť riadiaci signál z počítača, potrebujeme byť schopní merať natočenie motora, polohu kyvadla, veľkosť prúdu či vytvárať PWM riadiaci signál pre riadenie motora, alebo vytvoriť sériovú komunikáciu na zistenie stavu bežiacej aplikácie. Na všetky spomenuté úlohy potrebujeme špeciálne periférie, detailnejšie si ich rozoberieme v nasledujúcich kapitolách. Z ohľadom na množstvo periférii bolo vybrané puzdro s 48 vývodmi. Vybraná bola rada STM32G4x3 alebo STM32G4x4, pričom posledná spomínaná rada má navyše „High Resolution Timer“, perifériu však nepotrebujeme a teda sú pre nás obe voľby navzájom kompatibilné aj z pohľadu hardware či firmware.

5.5 Periférie mikrokontroléra

V predchádzajúcej kapitole boli spomínané periférie mikrokontroléra. V tejto kapitole sa budeme venovať detailnému popisu jednotlivých periférii a ich funkčnosť špecifickú pre mikrokontroléry z rady STM32G4xx. Do mikrokontroléra musíme skompilovaný program „napáliť“ na to slúži nasledujúca periféria.

5.5.1 Serial Wire Debug - SWD

Táto periféria slúži aj na ovládanie takzvaného „debug“ režimu mikrokontroléra, umožňuje zastaviť jadro na mieste, kde je načítavaná nami zadaná funkcia v programe. Takéto miesto označujeme ako „breakpoint“. Jadro môžeme zastaviť aj na mieste, kde sa pristupuje k určitým dátam, toto miesto označujeme ako „watchpoint“. Perifériu je možné ovládať cez SEGGER J-link debugovaciu sondu. Ktorá zabezpečí prenos skompilovaného kódu a debugovanie mikrokontroléra, pripojením do USB rozhrania počítača. Pre jej použitie je nutné inštalovať GDB server na počítači. Jedná sa o debugovacie rozhranie obsahujúce základné príkazy na ovládanie debug režimu, viacej v kapitole 5.9. Na pripojenie sondy potrebujeme vyviesť kontakty na konektor (obrázok).



Obrázok č. 5.10 Vyvedenie SWD na konektor

Pri častom používaní sondy jej zapájanie a vypájanie z konektora môže dôjsť k elektrostatickému výboju z našich rúk. Na obrázku je vidieť že nemáme zapojenú žiadnu ESD ochranu. V prípade ak by sa vytvárala učebná pomôcka, na ktorej by bola častá manipulácia zo sondou bolo by nutné ochranu zapojiť a to z dôvodu že signály sú priamo zapojené na nožičky mikrokontroléra.

Výrobca špecifikuje vnútorne implementované pull-up a pull-down rezistory na signáloch, nemusíme pridávať žiadne externé súčiastky. Jedine v prípade signálu JTAG_RST_N je pripojený kondenzátor o veľkosti 10 nF, čo je doporučené výrobcom.

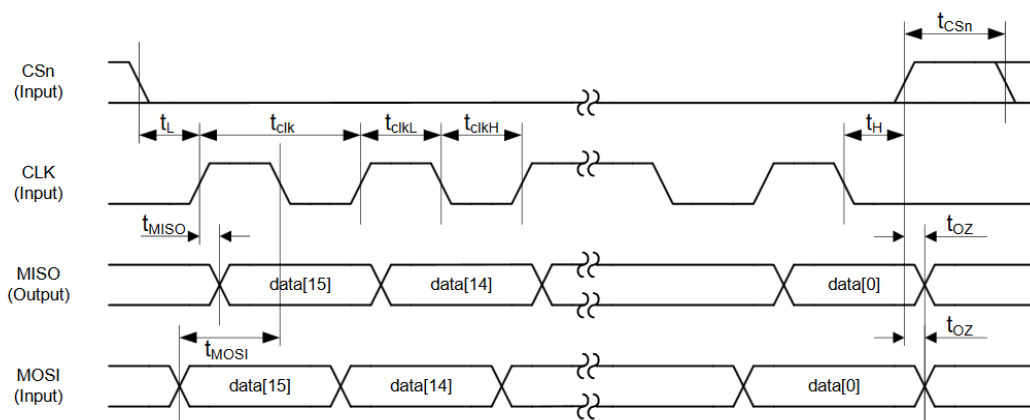
5.5.2 Serial Peripheral Interface - SPI

Štandard komunikácie medzi mikroprocesormi a ostatnými integrovanými zariadeniami. Skladá sa zo štyroch signálov. Pričom existujú rôzne varianty a ich kombinácie, napríklad použitie len troch z nasledujúcich signálov.

- **MISO** - Master In Slave Out dátový signál
- **MOSI** - Master Out Slave In dátový signál
- **SLK** – Hodinový signál označovaný tiež ako CLK
- **NSS** - Slave Select označovaný tiež ako CS Chip Select

Prenos dát je zahájený padajúcou hranou signálu NSS, ktorý určuje pre ktoré zariadenie bude prebiehajúca komunikácia určená. Každé zariadenie zapojené na

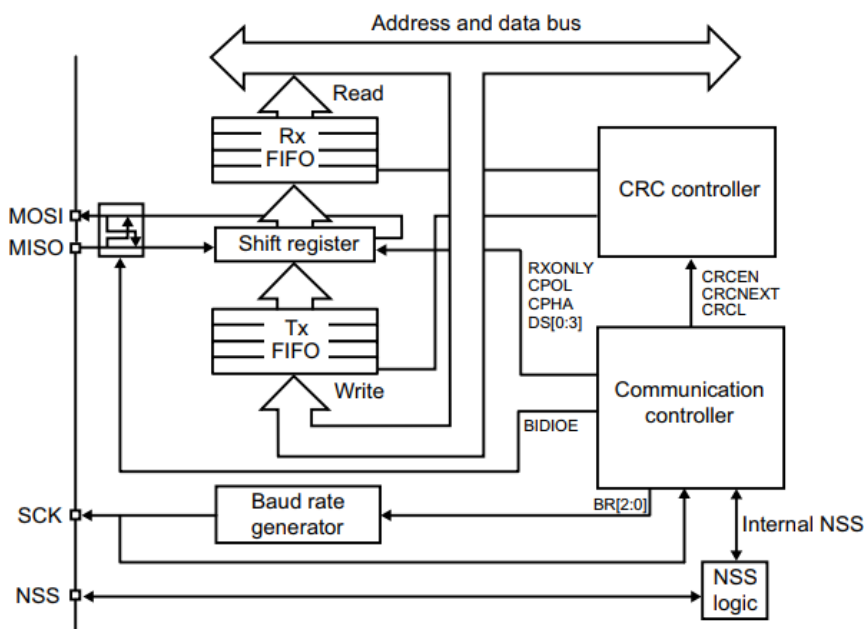
zbernici má vlastný NSS signál. SPI zbernica má rôzne módy, rozoberieme si mód 1 použitý na absolútnom snímači polohy AS5048.



Obrázok č. 5.11 SPI protokol pre AS5048 [20]

Zariadenie číta hodnotu zo signálu MOSI s každou padajúcou hranou signálu CLK. Hodnoty zapisuje s nábežnou hranou tohto signálu. Módy SPI zbernice sa líšia v momente kedy je signál MOSI vzorkovaný, či na nebežnú alebo padajúcu hranu CLK a taktiež definuje stav signálu CLK v kľude.

Bloková schéma SPI periférie je na nasledujúcom obrázku. Dôležité je si povšimnúť hlavné súčasti ako Rx FIFO a Tx FIFO pamäte, ktoré slúžia na správu prijímaných a odosielaných dát na periférii. Ďalšou dôležitou súčasťou je Baud rate generátor, má za úlohu nastavovanie frekvencie hodín CLK.



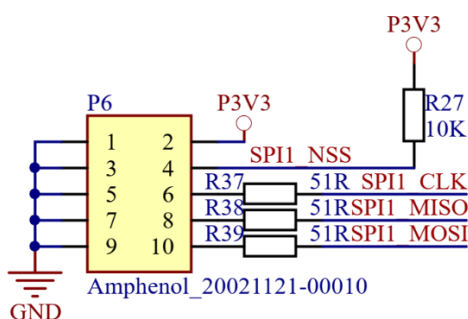
Obrázok č. 5.12 Bloková schéma SPI periférie

Na nastavenie kľudových hodnôt jednotlivých signálov sa používajú pull-up a pull-down rezistory. V schéme môžeme vidieť len jeden pull-up rezistor a to na

signáli CS. Hodnota rezistorov sa volí na základe požadovanej rýchlosti prechodu hrany. V praxi sa bežne používa hodnota od 5 K Ω do 20 K Ω , alebo doporučená hodnota od výrobcu. V prípade pomalého prechodového deja padajúcej hrany je možné zapojiť na signál pull-down rezistor, často sa stane že sa prejaví parazitná kapacita práve na tejto hrane. Mikrokontrolér má možnosť použitia integrovaných rezistorov no ich hodnota môže byť malá a nepostačujúca, často to spôsobuje práve spomínaný dej. Na plošnom spoji pre snímač AS5048 (Obrázok č. 5.25) sú umiestnené plochy na prípadne umiestnenie ďalších rezistorov.

Pri návrhu ciest plošného spoja je potrebné brať ohľad aj na frekvenciu CLK signálu. Súčiastka má minimálnu hodnotu periódy $t_{clk} = 100 \text{ ns}$ z čoho vyplýva frekvencia $f_{clk} = 10 \text{ MHz}$. Frekvencia o tejto hodnote môže ovplyvniť analógové obvody na doske plošných spojov ako bolo spomenuté v kapitole 5.3.3. Ak túto frekvenciu chceme použiť musíme na to brať ohľad pri návrhu ciest plošného spoja.

Vyvedenie SPI zbernice na konektor je prepojené cez sériové odpory. Tieto odpory slúžia na absorbovanie energie odrazenej od záťaže. Toto riešenie pomáha eliminovaniu elektromagnetických impulzov vznikajúcich na vedení na úkor spomalenia náběžných a padajúcich hrán signálu, čo má za následok zmenšenie prenosovej rýchlosti linky. Na prenos signálu je zvolený kábel s 10 žilami na zabezpečenie dostatočného tienenia proti presluchom, ktoré by vznikali medzi jednotlivými signálmi zbernice v prípade ak by medzi nimi nebol nízky potenciál v podobe uzemňovacieho vodiča.



Obrázok č. 5.13 Zapojenie SPI zbernice na konektor

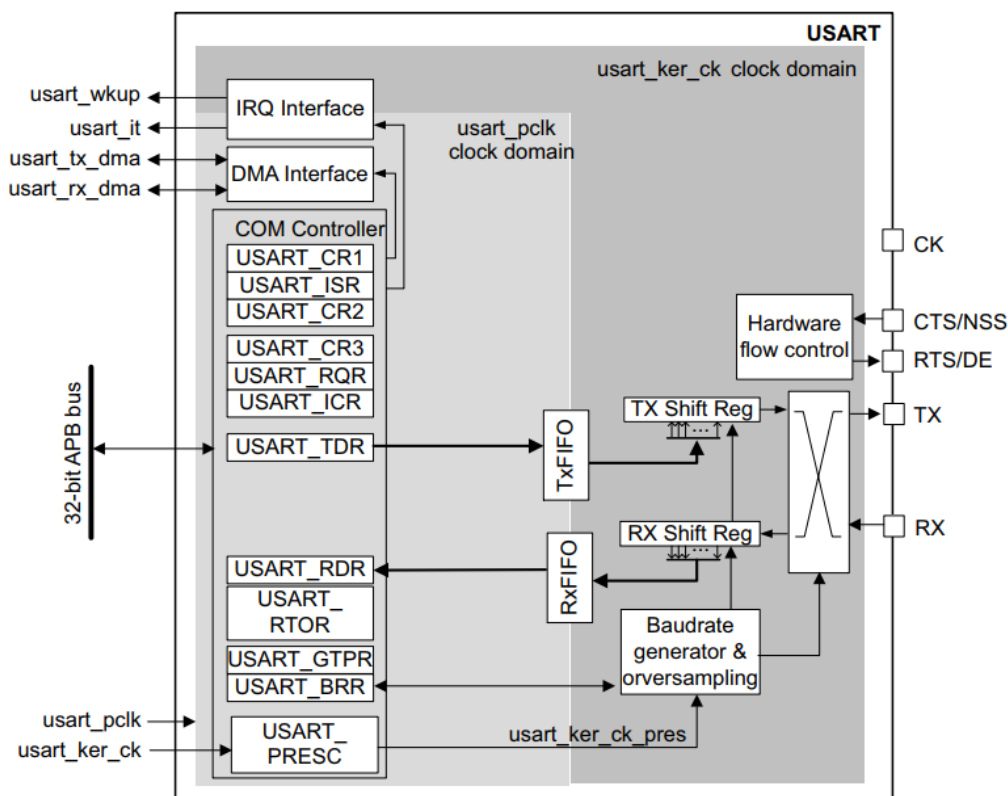
Na doske plošných spojov sa nachádzajú dva konektory pre SPI zariadenia. Zbernica je plne schopná obsluhovať viacero zariadení na linke a však použitím DMA „Direct Memory Addressing“ nemusíme zatťažovať mikrokontrolér čítaním a zapisovaním do registrov SPI periférie. DMA slúži na programovateľne prevody dát medzi pamäťovo mapovanými perifériami. Myšlienka za použitím dvoch SPI periférii bola za účelom úplného oslobodenia prenosu dát z merania polohy kyvadla po zbernici SPI, na prevod do reprezentácie pomocou PWM. Dáta nepotrebujeme žiadnym spôsobom spracovávať. Preto zápis do pamäte z periférie SPI a čítanie pamäte na ktorej bol údaj uložený a nasledovný zápis do registru časovača

potrebného na ovládanie PWM, by mal byť prevediteľný len za pomoci DMA. Druhá SPI zbernica bude používaná len za účelom riadenia motora.

5.5.3 Universal Asynchronous Receiver Transmitter UART

Opäť sa jedná o formát prenosu medzi zariadeniami. Jeho rýchlosť je nastaviteľná a ako vyplýva z názvu ide o asynchrónny prenos dát. Pre nás to znamená že oproti SPI zbernici pridáme o hodinový signál. Pri UART zbernici taktiež nepoužívame chip select CS signál. Ak je na zbernici zapojených viacero zariadení, výber zariadenia pre, ktorý je signál určený už prebieha na vyššej úrovni. Väčšinou sa však jedná len o dve zariadenia.

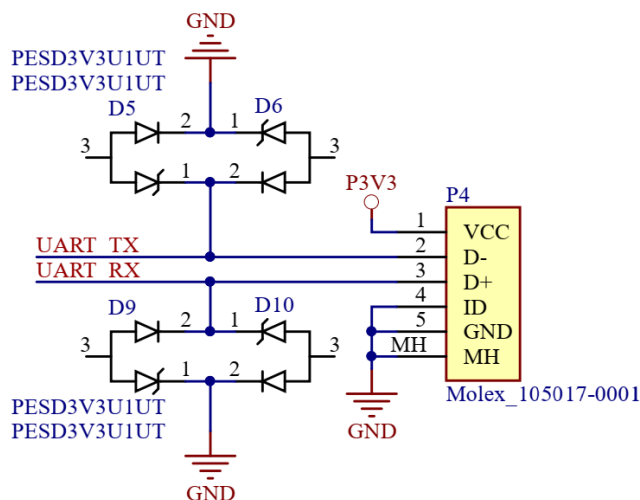
UART je plne duplexné prepojenie dvoch zariadení. Skladá sa z dvoch signálov RX – „receiver“ prijímač a TX – „transceiver“ vysielač. Na správne prepojenie dvoch zariadení je nutné, aby bol signál TX z prvého zariadenia pripojený na signál RX druhého zariadenia, obdobne pre smer z prvého na druhé zariadenie. Nutnosťou je zaistiť, aby mali obe zariadenia nastavenú rovnakú prenosovú rýchlosť „baud rate“, rovnaké nastavenie pre veľkosť stop bitu a spôsob prenosu bitov MSB/LSB. Posledným no dôležitým nastavením je rovnaká dĺžka prenášaných dát, dĺžka môže byť 7 až 9 bitov.



Obrázok č. 5.14 Bloková schéma UART periférie [21]

Najdôležitejšie súčasti opäť Rx FIFO a Tx FIFO pamäte a Baud rate generátor. Táto periféria môže fungovať aj v synchrónnom režime v takom prípade používa aj

Tato zbernica môže byť veľmi užitočná napríklad na zmenu parametrov PI regulátora za behu programu či sledovanie veľkosti meraných prúdov. Implementácia do návrhu plošného spoja spočíva len v pridaní ESD ochrany na signály RX a TX. Signál je vyvedený na konektor typu micro USB.



Obrázok č. 5.15 Zapojenie UART zbernice

5.5.4 Analog to Digital Converter ADC

Mikrokontrolér obsahuje 5 postupne aproximačných prevodníkov s 12 bitovým rozlíšením so zabudovanou kalibráciou. Prevodník dosahuje rýchlosť 4 Msp/s pri plnom rozlíšení. Každý analógovo digitálny prevodník má až 19 multiplexovaných kanálov, v tomto čísle sú zahrnuté nie len externé, ale aj interné kanály. Výsledky meraní sú uložené v 16 bitovom registri. Prevodník je schopný pracovať v diferenciálnom, ale aj štandardnom zapojení. Začiatok merania je možné spúšťať z užívateľského programu či na základe externých prerušení na GPIO pinoch. Zaujímavosťou pre túto perifériu je možnosť interného prepojenia so zabudovaným tepelným senzorom. Údaje môžeme využiť na sledovanie teploty plošného spoja a na jej základe vyhodnotiť stav výkonovej elektroniky. Periféria analógovo

digitálnych prevodníkov je veľmi komplexná a má množstvo rôznych nastavení. V našom prípade budeme používať jej najjednoduchšiu variantu a to spustenie prevodu na naše požiadanie a čakanie na výsledok.

Popíšeme si inicializáciu tejto periférie v ktorom bude vhodná pre našu aplikáciu. Periféria sa nachádza v defaultnom nastavení po zapnutí mikrokontroléra. Toto nastavenie sa nazýva „Deep power down mode“. Na spustenie prevodníka musíme toto nastavenie zmeniť a tým zapojiť prívod napájania. Ďalším krokom je spustenie vnútorného napäťového regulátora. Na dokončenie spustenia regulátora je nutné počkať a až následne pokračovať v inicializácii. Periféria je v štádiu kedy môžeme nastavovať typ merania. Meriame pomocou „single-ended“ zapojenia, čo je meranie oproti zemi, nemusíme meniť nastavenie registrov. Zmena obsahu riadiacich registrov periférie je možná len v prípade, keď je ADC periféria vypnutá. To nám umožňuje nastavenie kanálov na ktorých bude prebiehať meranie a privedenie hodinového signálu na perifériu. Perifériu chceme spúšťať jednorazovo po softwarovom zavolaní, na to slúži takzvaný „Single conversion mode“, ktorý je nutné nastaviť. Teraz je periféria pripravená na zapnutie a spustenie prevodu analógových hodnôt na digitálne.

Na doske plošných spojov sú použité dva prevodníky. Skrátime tým dobu potrebnú na meranie a môžeme prúdy merať simultánne. Z pohľadu návrhu plošného spoja nepotrebujeme merané napätia upravovať a môžeme ich priviesť priamo na vstupy prevodníkov.

5.5.5 Timer

Periféria časovačov je pre našu aplikáciu použitá tromi rôznymi spôsobmi. Pre každú aplikáciu bude použitý iný časovač vo vlastnom móde. Časovač môže fungovať v davoch základných režimoch, buď ako vstupná periféria pri meraní doby trvania nejakého deja, alebo ako výstupná periféria pri generovaní signálov zo špecifickej doby trvania.

5.5.5.1 PWM vstupný mód

Mód použijeme na získanie údaju o veľkosti akčného zásahu. Hodiny časovača musia mať minimálne rovnakú alebo vyššiu rýchlosť ako hodiny časovača riadiacej karty. Na meranie PWM je použitý časovač TIM5 na kanále CH2. Tento časovač je označený ako „General purpose“. Časovač má rozlíšenie 32 bitov, čo príde vhod keďže jeho hodiny nemusia mať rovnakú rýchlosť ako hodiny v riadiacej karte.

Meranie periódy signálu prebieha na základe dvoch po sebe idúcich nástupných hrán. Počet hodinových pulzov ktoré ubehli za čas medzi týmito hranami sa zapíše do registru TIMx_CCR1. Pri meraní šírky pulzu meriame rozdiel

medzi nástupnou a zostupnú hranu signálu, výsledok sa ukladá do registru TIMx_CCR2.

5.5.5.2 PWM výstupný mód

V tomto móde vytvárame reprezentáciu polohy kyvadla do PWM signálu. Na generovanie signálu je potrebné opäť použiť rýchlosť hodín rovnakú ako má časovač hodín riadiacej karty, alebo jeho násobky. Použitý je časovač TIM2 a kanál CH2, ktorý má opäť rozlíšenie 32 bitov a zapadá do rovnakej kategórie ako TIM5 „General purpose“ časovačov.

PWM signál je determinovaný dvoma registrami. Prvý register TIMx_ARR definuje frekvenciu signálu a druhý TIMx_CCRx register determinuje pomer zapnutého oproti vypnutému signálu „duty cycle“. Pre túto aplikáciu je vhodné použiť PWM signál zarovnaný k hrane.

5.5.5.3 PWM výstupný mód pre riadenie motora

Posledným prípadom časovača je ovládanie PWM signálu na riadenie motorov. Opäť sa jedná o výstupný mód PWM opakovaný na troch kanáloch z rovnakou frekvenciou no rozdielnou striedou.

Časovač v tomto prípade nepobeží v štandardnom, ale centrálne zarovnanom režime. V tomto režime časovač počíta na obe strany, aby bol schopný vytvoriť centrálne zarovnaný PWM signál. Ďalšou špeciálnou vlastnosťou bude výstup na 6 nožičkách procesora. Na vytvorenie riadiaceho signálu musíme ovládať šesť tranzistorov, na to sa používajú takzvané „complementary“ výstupy časovača. Hodnoty výstupov majú z pravidla opačnú hodnotu ako hlavné výstupy časovača. Používame ich na riadenie tranzistorov spínajúcich spodnú vetvu a normálne výstupy časovača na riadenie tranzistorov spínajúcich hornú vetvu.

Pri spínaní tranzistorov musíme dbať na dĺžku prechodu zo zopnutého stavu na vypnutý. Ak by sme nebrali ohľad na tento fakt a prešli by sme d'alšiu fázu riadenia, mohli by niektoré tranzistory zostať zopnuté a vytvorili by sme tak skrat medzi napájacím napätím a zemou. Táto doba sa označuje ako „dead time“. Počas tejto doby prechádza prúd cez ochranné diódy MOSFET tranzistora, je dôležité, aby nebola príliš dlhá a nedošlo k spáleniu ochrannej diódy.

Na ovládanie PWM signálu s touto komplexnosťou má mikrokontrolér špeciálne časovače označené ako „advanced control“. Používame časovač TIM1 s jeho komplementárnymi výstupmi. Tento druh časovačov obsahuje možnosť pripojenia „break“ signálu. Tento signál sa používa pri brzdení motorov, na jeho základe je časovač schopný prepnúť všetky výstupy po predom definovaného stavu.

5.6 Realizácia plošného spoja

Na návrh plošného spoja bolo použité vývojové prostredie Altium Designer. Plošný spoj je realizovaný pomocou štvorvrstvej technológie. Skladba vrstiev a ich šírky a materiály sú v nasledujúcej tabuľke.

Tabuľka 2 Skladba vrstiev plošného spoja

	Layer Name	Type	Material	Thickness (mm)	Dielectric Material	Dielectric Constant
	Top Overlay	Overlay				
	Top Solder	Solder Mask/Co...	Surface Material	0.04	Solder Resist	3.5
1	Top Layer	Signal	Copper	0.018		
	Dielectric 1	Dielectric	Prepreg	0.065	FZ01	4.2
2	Internal Plane 1	Internal Plane	Copper	0.035		
	Dielectric 2	Dielectric	Core	1.2	IS400	4.1
3	PWR	Signal	Copper	0.035		
	Dielectric 3	Dielectric	Prepreg	0.065	FZ01	4.2
4	Bottom Layer	Signal	Copper	0.018		
	Bottom Solder	Solder Mask/Co...	Surface Material	0.04	Solder Resist	3.5
	Bottom Overlay	Overlay				

Výhoda štvorvrstvej technológie spočíva nie len v rýchlosti návrhu, ale tiež prispieva k lepším vlastnostiam odrušenia signálov digitálnych signálov. Tým že pribudnú ďalšie vrstvy plošného spoja dokážeme preniesť aj väčší výkon. Získame celú vrstvu na vytvorenie uzemnenia.

Chceme preniesť výkon o veľkosti $P = UI = 20 \cdot 4 = 80W$. Najnáchylnejším prvkom na teplotu sú priechodky medzi vrstvami. Na výpočet ich termálneho odporu použijeme program Saturn PCB Design. Potrebujeme vedieť výšku plošného spoja z Tabuľka 2 ju jednoducho spočítame, priemer priechodiek a veľkosť priemeru plôšky priechodky. Výrobca používa technológiou H.A.S.L ktorá slúži na prekovenie priechodiek, nakoví $20\mu m$ mede na vrchnú a spodnú vrstvu a steny priechodiek. Výpočet termálneho odporu je na Obrázok č. 5.16 .

Na prenesenie výkonu o tejto veľkosti potrebujeme viac priechodiek. Prechod v okolí tranzistora do snímača na meranie prúdu je najkritickejší. Približný počet priechodiek na tomto mieste je 50. upravením rovnice (81) a(82) získame formulu na veľkosť teploty v prípade kontinuálne tečúceho prúdu:

$$T = QR_{TH} - T_{REF} = 80 \cdot 3,8 - 21 = 283^{\circ}C \quad (86)$$

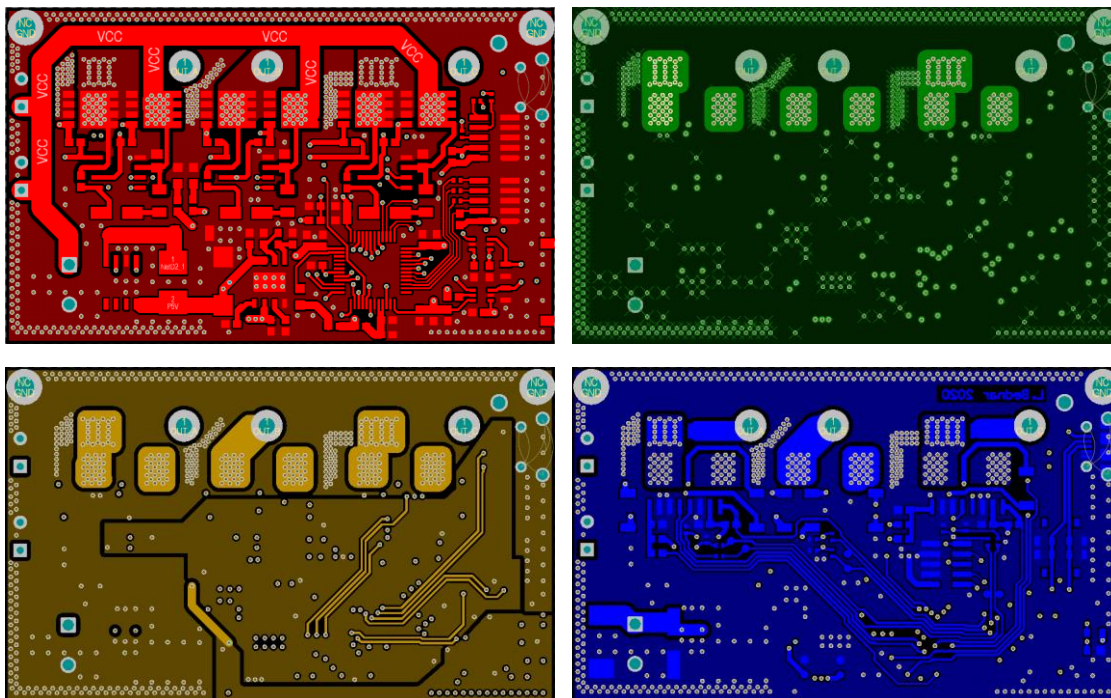
Táto hodnota je najhorší scenár a do úvahy pripadá len v pri neustále zopnutom výkonovom tranzistore., V našom prípade by sme na korektný výpočet potrebovali efektívnu hodnotu prúdu.

Pri prenose výkonu po cestách plošného spoju môže tiež dochádzať k prehrievaniu. Problém je riešený odmaskovaním výkonových ciest

a prispájkovaním medeného drôtu o priemere 1 až 2 mm. Odmaskovanie je viditeľne na Obrázok č. 5.18.

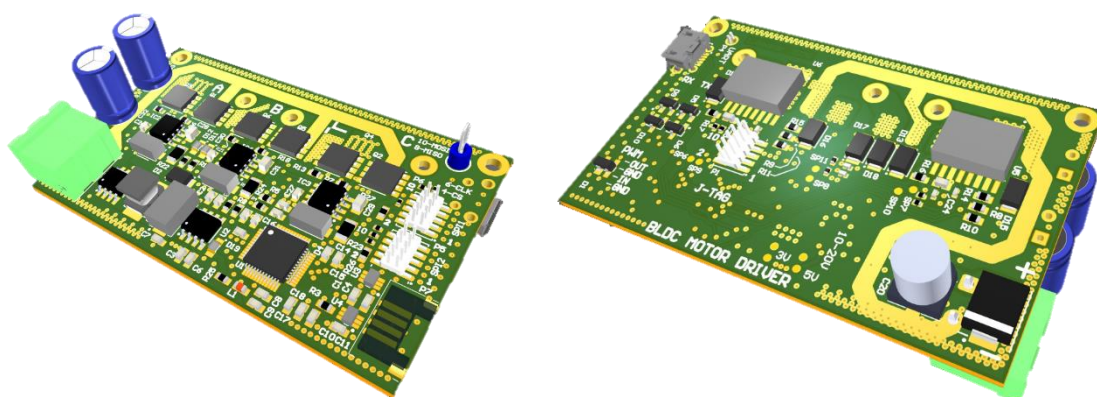
The screenshot displays the 'Via Characteristics' window in Saturn PCB Design. It includes a diagram of a via with labels for 'Ref Plane Opening', 'Via Pad', 'Via Plating', 'Ref Plane', and 'Via Height'. The 'Options' panel on the right shows settings for 'Base Copper Weight' (18um), 'Plating Thickness' (35um), 'Units' (Metric), 'Substrate Options' (Custom), 'Er' (4.1), 'Tg' (130), 'Temp Rise' (59), 'Ambient Temp' (21), 'Property Selection' (Via Properties), 'Layer Set' (Multi Layer), and 'Information' (Power Dissipation: 11.7208 dBm, Via Thermal Resistance: 189.3 °C/W, Via Count: 50, etc.). The 'IPC-2152 with modifiers mode' section provides calculated values for Via Capacitance (0.0053 pF), Via Inductance (1.1987 nH), Via Impedance (476.322 Ohms), Via DC Resistance (0.00196 Ohms), Resonant Frequency (63241.724 MHz), Step Response (2.7683 ps), Power Dissipation (0.01486 Watts), Conductor Cross Section (0.0201 Sq.mm), and Via Current (2.7504 Amps).

Obrázok č. 5.16 Program Saturn PCB Design a výpočty



Obrázok č. 5.17 Jednotlivé vrstvy plošného spoja

Červená vrchná vrstva, zelená prvá vnútorná vrstva na obrázku zobrazená inverzná, žltá tretia vnútorná vrstva, modrá ako spodná vrstva.

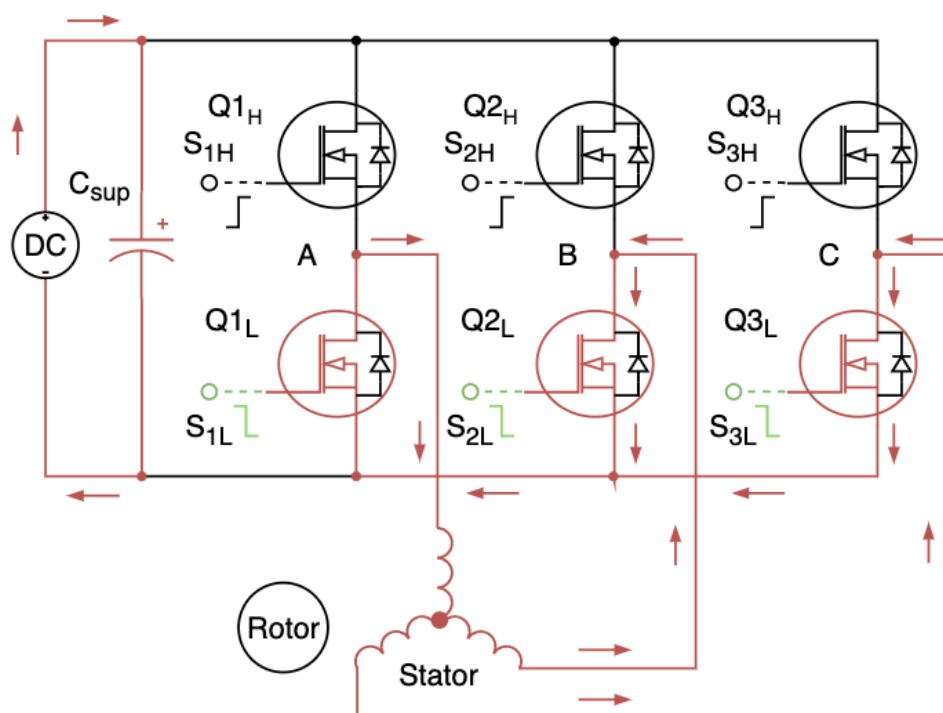


Obrázok č. 5.18 3D model plošného spoja

5.7 Brzdny obvod

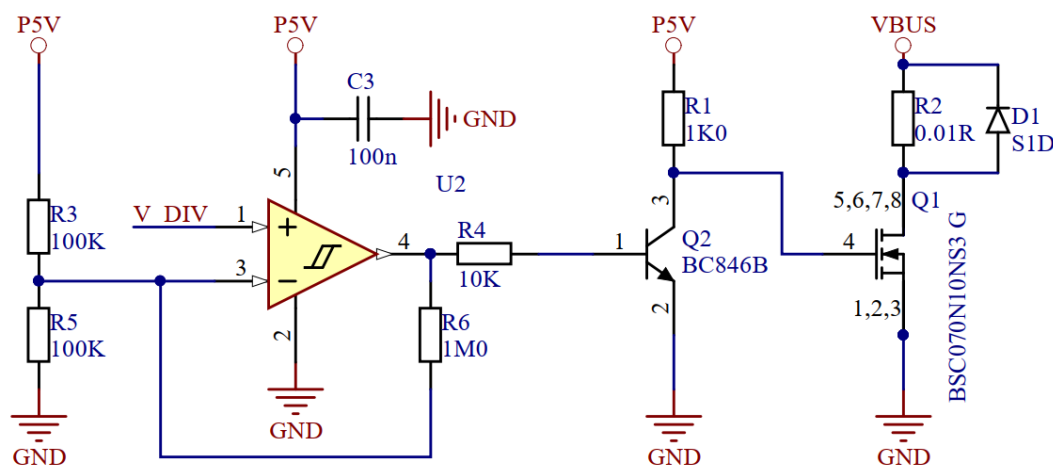
Pri ovládaní polohy chceme často meniť smer otáčania motora. Ak motor roztočíme a požadujeme zmenu smeru otáčania, motor má stále určitú mechanickú energiu v smere pohybu a túto energiu potrebujeme spáliť. Existujú dva prístupy na spotrebovanie tejto energie.

Prvá možnosť je spáliť prebytočnú energiu na vinutí motora. To dosiahneme spojením vinutí pomocou zopnutia spodných tranzistorov Q1, Q2 a Q3, ako je na obrázku. Prebytočnú energiu premeníme na teplo pomocou odporu, ktorý tvorí vinutie. Táto metóda môže poškodiť motor tým že sa vinutie prehreje a buď ho spálime, alebo dosiahneme Curieho teplotu, čo odmagnetuje permanentné magnety na rotore.



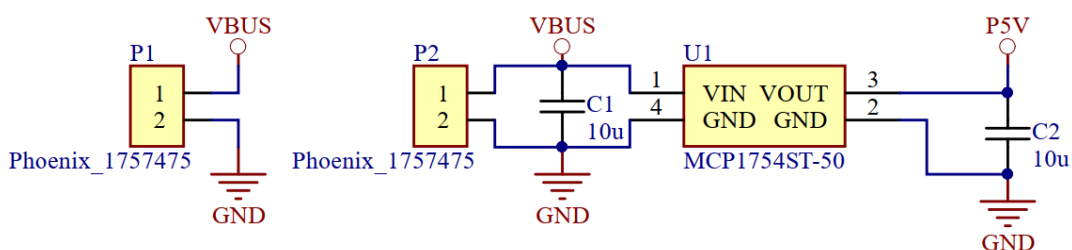
Obrázok č. 5.19 Brzdanie spodnou vetvou tranzistorov

Ďalšou možnosťou na spálenie prebytočnej energie je použitie jednoduchého obvodu pozostávajúceho z komparátora a výkonového tranzistora spínajúceho výkonový odpor. V prípade ak sa vyskytne prepätie zopneme výkonový tranzistor a prebytočnú energiu premeníme na teplo pomocou výkonového odporu. Na schéme je zobrazený komparátor, NPN tranzistor na vybudenie výkonového MOSFET tranzistora. Komparátor má zapojenú spätnú väzbu v podobe odporu R6. Spätná väzba má za úlohu vytvorenie hysterézie. Hysterézia je vhodná na to, aby nebol výkonový tranzistor spínaný a rozpínaný opakovane v krátkom časovom úseku. Čo by malo za následok rozkmitanie napájacieho napätia. Po spálení prebytočnej energie môže komparátor tranzistor rozopnúť, no v zapätí sa vďaka indukčnému charakteru vinutia môže prepätie opäť objaviť a komparátor zase zopne tranzistor. Dióda D1 slúži na ochranu proti napäťovým špičkám. Veľké výkonové odpory sú často navinuté drôtom, ktorý vytvára parazitnú indukciu a tým pádom môže prísť k rovnakému javu ako na vinutí motora.



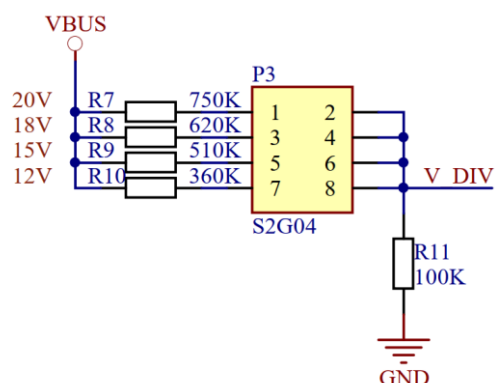
Obrázok č. 5.20 Brzdny obvod

Napájanie komparátora je zabezpečené z lineárneho regulátora napätia na 5 V. Jeho zapojenie je na ďalšej schéme.



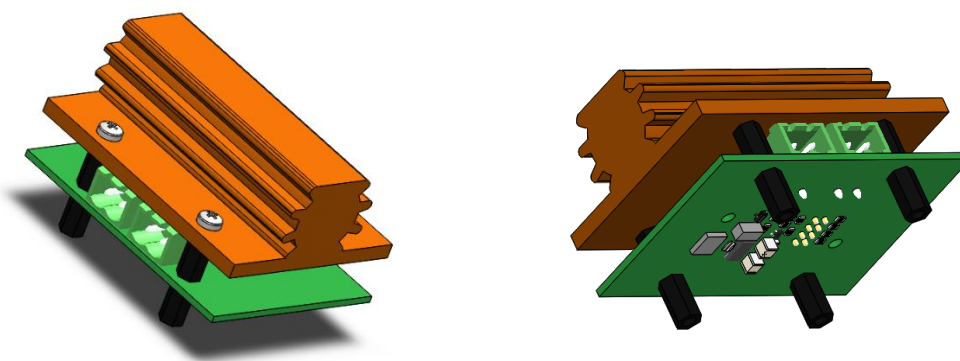
Obrázok č. 5.21 Napájanie brzdneho obvodu

Napájacie napätie môže mať rôzne veľkosti z toho dôvodu je možné nastaviť komparačné hladiny na vývodoch konektora pomocou prepojkky.



Obrázok č. 5.22 Komparačné hladiny

Zobrazenie v 3D modeli s brzdným odporom.



Obrázok č. 5.23 Kompletný brzdný obvod

Na ďalšom obrázku je zobrazený model dosky plošných spojov

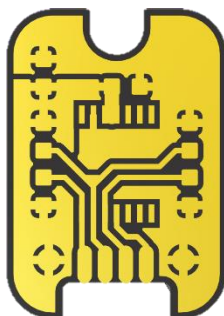


Obrázok č. 5.24 Doska plošného spoja brzdného obvodu

5.8 Plošný spoj pre snímač polohy

Vyobrazená doska plošného spoja na snímač polohy. Na výrobu plošného spoja je najvhodnejší pre-perg pokrytý z oboch strán meďou, na zaistenie tienenia kvôli použitiu vyššej rýchlosti SPI zbernice. Na doske je pridané miesto pre prípadné

použitie pull-up a pull-down rezistoraz na hodinový vstup - CLK, pull-up na „chip select“ - CS a pull-down na „master output slave input“ - MISO.

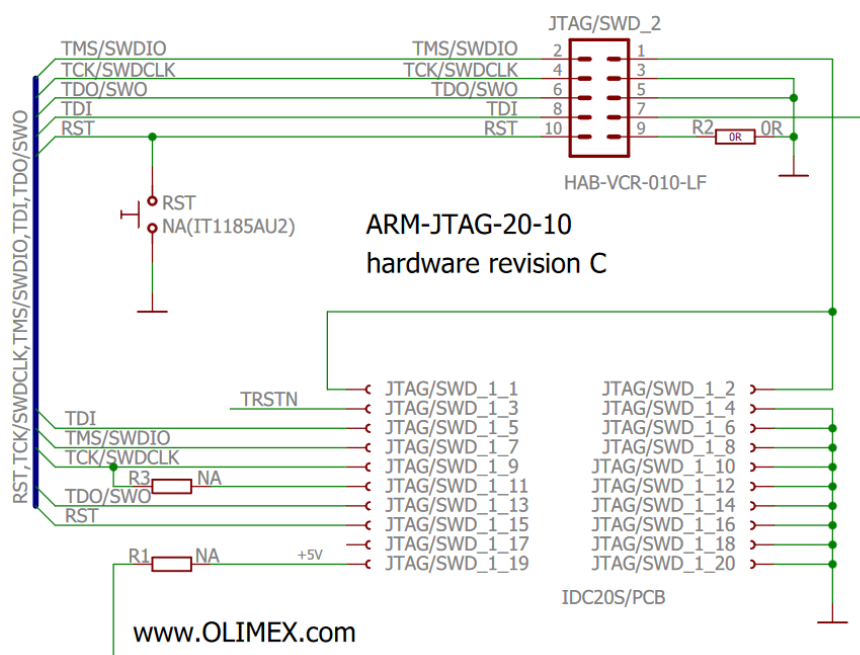


Obrázok č. 5.25 Doska plošného spoja pre snímač polohy AS5048

5.9 Vývojové preostrenia pre firmware

Výrobca STMicroelectronics ponúka viacero vývojových prostredí pre svoje mikrokontroléry. Najviac kompatibilné sú STM32CubeIDE s ST-LINK zariadením ako debug a programovacou sondou. Pre túto konfiguráciu je možné pripojiť mikrokontrolér priamo na sondu a začať programovať. Nemusíme použiť rovnakú programovaciu sondu ani spomenuté IDE – „Integrated development environment“.

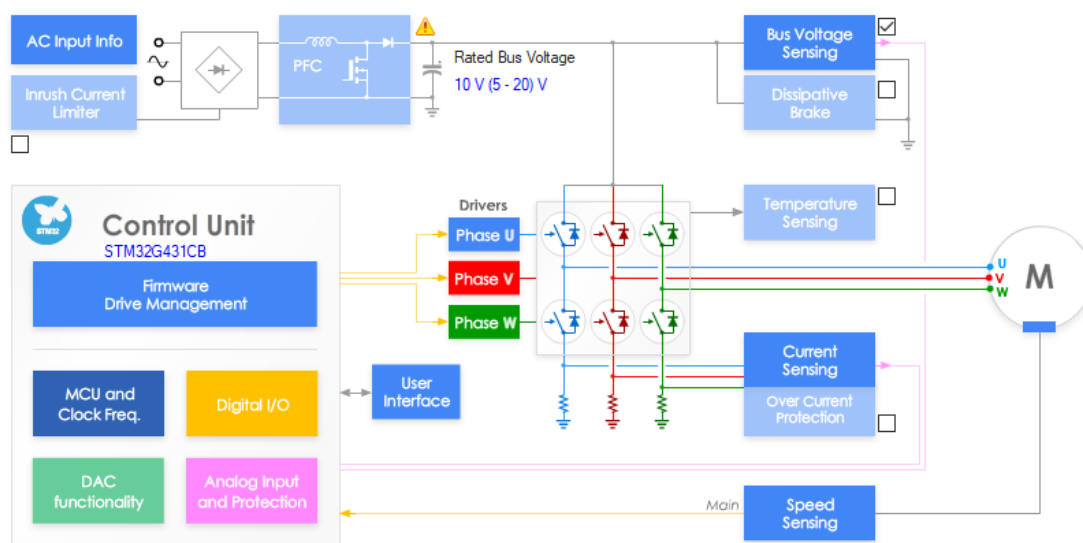
Dôležitá je správna voľba periférie na prenos debugovacích či programovacích signálov. Ako už bolo spomenuté používame SWD, ktoré je vyvedené na konektor z 10 vývodmi. Programovacie sondy majú väčšinou 20 vývodové konektory s väčším počtom signálnou no najmä uzemnený. Aby bol vývod z Obrázok č. 5.10 spätne kompatibilný s bežne dostupnými prevodníkmi, je použité zapojenie signálov z konektora HAB-VCR na obrázku:



Obrázok č. 5.26 Standard JTAG/SWD 20 do 10 vývodov [OLIMEX]

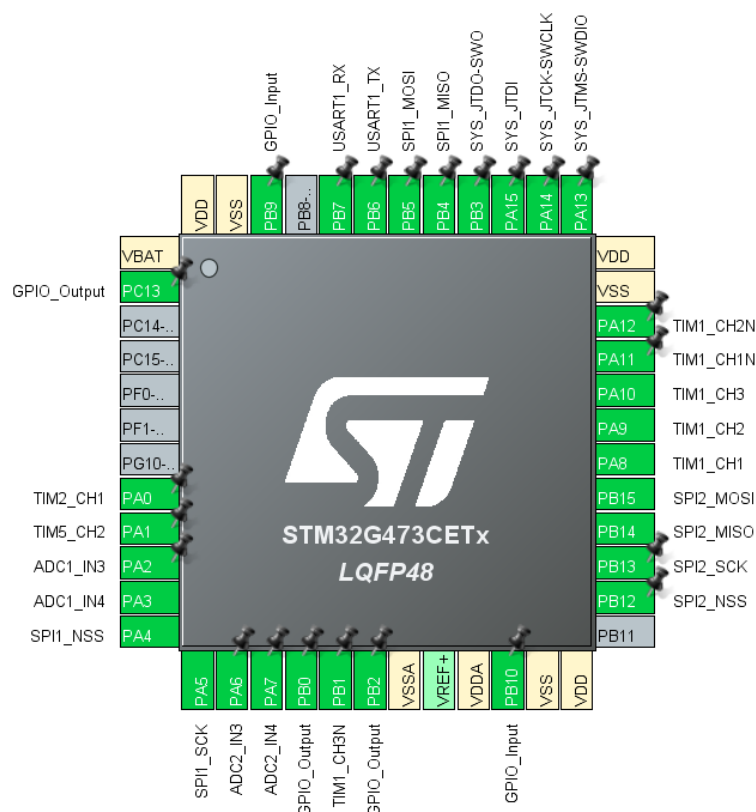
Na kompiláciu kódu sa používa GNU Arm Embedded Toolchain ktorá v sebe integruje GCC kompilátor knižnice a ďalšie nezbytné nástroje na vývoj kódu pre 32 bitové ARM mikrokontroléry. Pre jednoduchšiu prácu pri aplikácii boli vytvorené IDE ktoré v sebe majú zakomponované všetky potrebné nástroje na vývoj firmware, ako linker, prekladač či debugovacie prostredie. Aplikácia STM32CubeIDE je postavená na platforme Eclipse. Výhodou oproti Eclipse je však ekosystém STM, ktorý zahŕňa prepojenie aplikáciami STM32CubeMX a Motor Control Workbench.

Motor Control Workbench slúži na vyprofilovanie spôsobu akým bude motor riadený a generovanie potrebných knižníc, obsahujúce transformácie a regulátory na riadenie motorov.



Obrázok č. 5.27 Nastavenie aplikácie Motor Control Workbench

STM32CubeMX aplikácia slúži na rozvrhnutie zapojenia periférie na jednotlivé výstupy procesora. Je možné do nej načítať nastavenia z Motor Control Workbench, ako si môžeme všimnúť na Obrázok č. 5.27, nemáme vybraný správny druh procesora. Vytvorením nového projektu v STM32CubeMX so správnym procesorom a načítaním projektu z Motor Control Workbench tento problém odstránime. Po úprave a vložení ďalších periférií môže nastavenie mikrokontroléra v aplikácii STM32CubeMX vyzeráť ako na Obrázok č. 5.28.



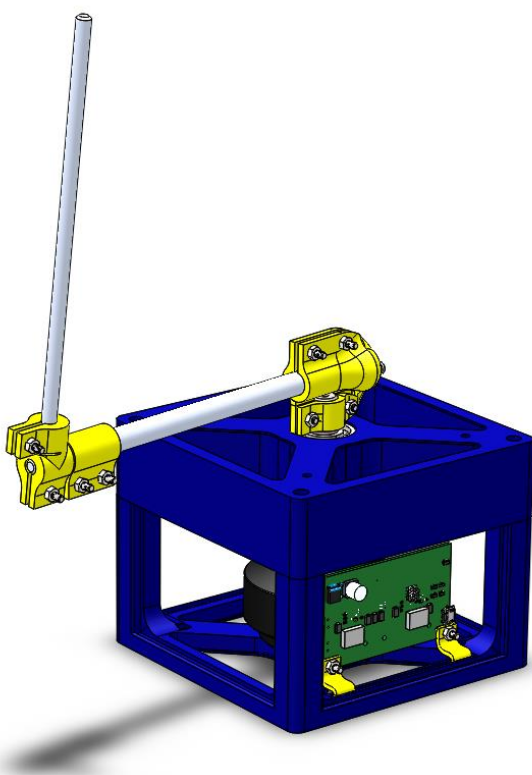
Obrázok č. 5.28 Zapojenie periférií v aplikácii STM32CubeMX

Aplikácia v sebe zahŕňa aj nastavenie hodinového rozvodu pre jednotlivé periférie či približný výpočet spotreby mikrokontroléra. Výstupom z aplikácie je vygenerovaný inicializačný kód pre periférie a zahrnutie knižníc vo formáte HAL či LL. LL „Low-level“ knižnice majú z pohľadu užívateľa väčší prístup k nastavovaniu registrov jednotlivých periférií a môžeme povedať že sme schopný nastaviť optimálnejší chod periférií oproti HAL „High-level“ knižnici. Výhoda HAL spočíva v prenosnosti nastavení periférií medzi zariadeniami.

Vygenerovaný kód môžeme následne upravovať v STM32CubeIDE. Hlavnou úlohou bude nastavenie správnej spätnej väzby od motora, pretože v Motor Control Workbench sa dá nastaviť spätná väzba len vo formáte enkodéru a spustenie riadiaceho algoritmu.

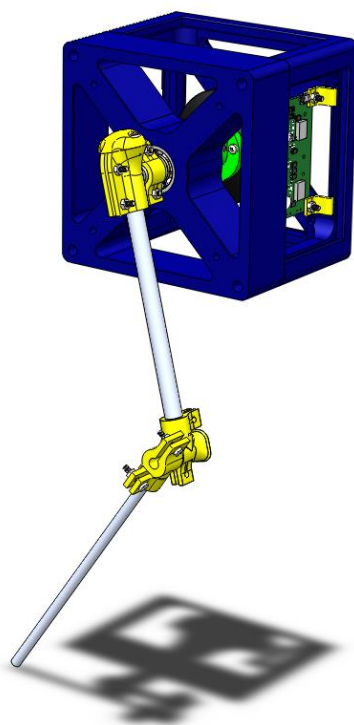
5.10 Prípravok kyvadla

Kyvadlo bolo navrhnuté v programe SolidWorks. Je možné ho vytlačiť za pomoci 3D tlačiarne. Kompletná zostava sa nachádza v Príloha č. 12.



Obrázok č. 5.29 3D model rotačného axiálneho kyvadla

Ten istý návrh môžeme použiť aj v podobe radiálneho rotačného kyvadla z kapitoly 3.2 .



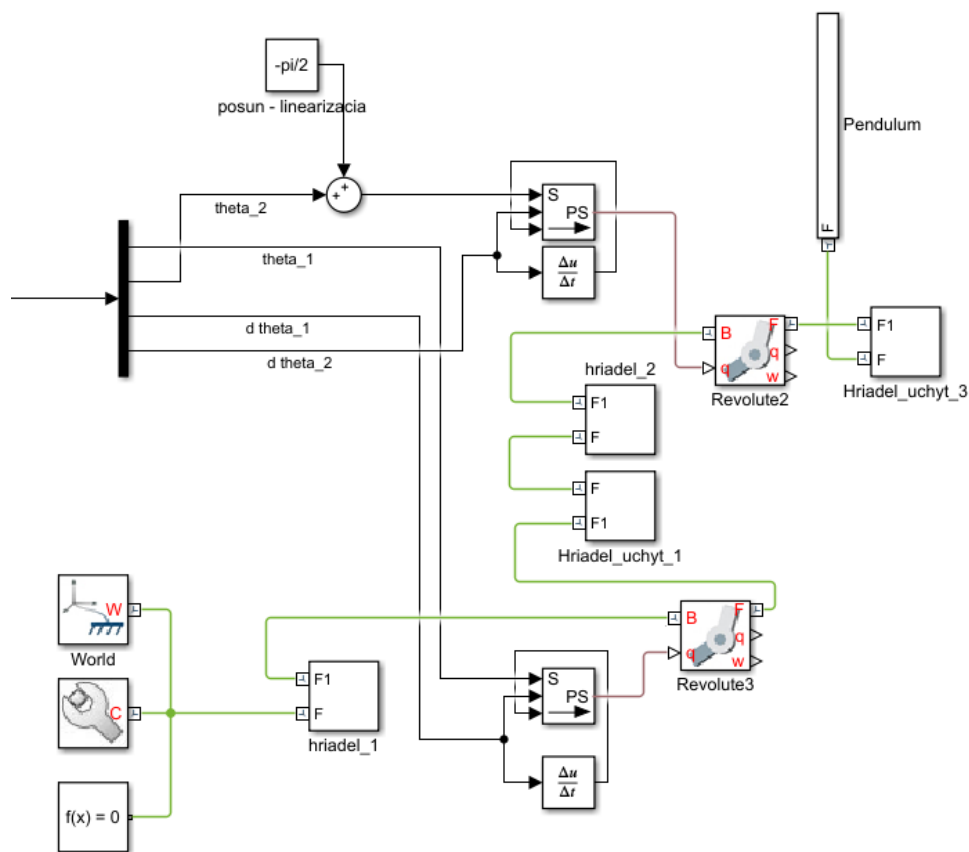
Obrázok č. 5.30 3D model rotačného radiálneho kyvadla

5.10.1 Simscape

Keďže máme vymodelovaný kompletný model kyvadla môžeme jeho pohyb “oživiť” pomocou matematických modelov z kapitoly 3. Reprezentácia 3D modelu sa do Matlabu načíta pomocou nasledovných krokov:

- [Inštalácia](#) Simscape multibody link do Matlabu a SolidWorks
- [smlink_linksw](#) príkaz nastaví potrebné registre Windows na prepojenie Matlabu a SolidWorks.
- [smimport](#) príkaz na importovanie 3D modelu

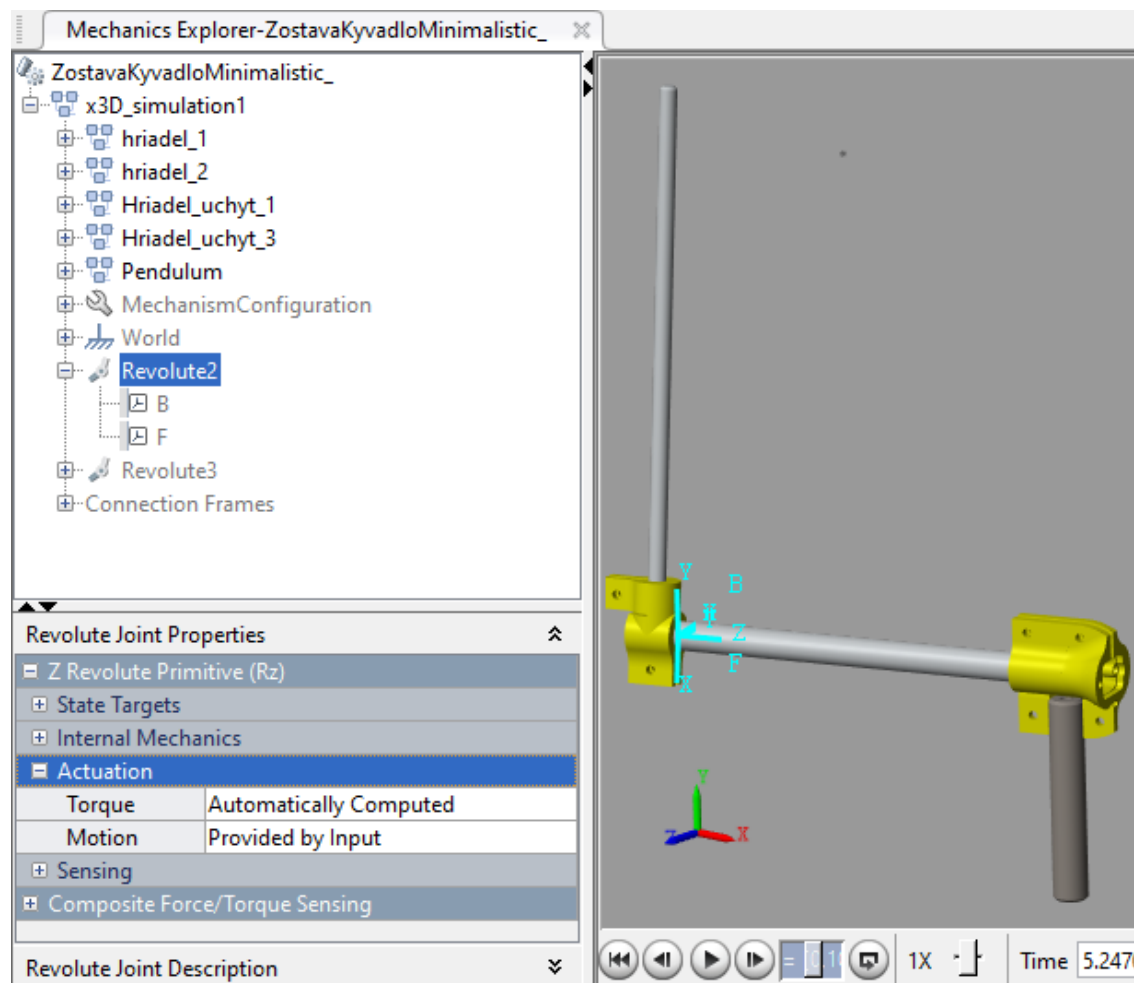
Po importovaní modelu sa zobrazí Simulink model obsahujúci všetky spoje medzi jednotlivými komponentmi zostavy. Po spustení tohto modelu sa zobrazí voľný pohyb súčasti zostavy v okne Mechanics Explorers Obrázok č. 5.32.



Obrázok č. 5.31 Pridanie dynamiky do 3D modelu Simscape

Simscape dokáže generovať aj dynamiku jednotlivých častí po správnom nastavení prepojenia medzi nimi. Dôležité je nastavenie materiálov jednotlivých častí zostavy, aby bol schopný správne spočítať chovanie na základe hmotnosti časti ku gravitácii. Môžeme nastaviť aj trenie v jednotlivých bodoch, čo vyústi v postupné zastavenie kyvadla. Model by sme chceli byť schopní plne ovládať. Na plné ovládanie musíme zakázať voľný pohyb súčastí a plne ho nahradiť zo simulácie pomocou

stavového modelu. Toho dosiahneme nastavením parametra Actuation kĺbu (Revolute) na hodnoty z Obrázok č. 5.32.



Obrázok č. 5.32 Ukážka Mechanics Exploler z kyvadlom

Importovanie kompletnej zostavy kyvadla je možné no náročnejšie na výpočtový výkon z ohľadom na veľký počet súčastí. 3D model prepojený s dynamikou kyvadla sa nachádza v Príloha č. 13.

6 ZÁVER

Cieľom tejto práce bolo navrhnutie prípravku rotačného inverzného kyvadla. Boli predstavené dva pohľady na rotačné kyvadlo a to v podobe axiálneho „Furuta“ kyvadla a radiálneho kyvadla predstavujúceho dvojité inverzné kyvadlo s aktuátorom v prvom klbe.

Na popis dynamiky kyvadla bola použitá Euler-Lagrangerová metóda. Výsledkom bol nelineárny model, na ktorý bola navrhnutá lineárna náhrada v okolí obidvoch ustálených stavov. Potvrdilo sa že kyvadlo má dva ustálené stavy pričom pri polohe zvislo nadol sa jedná o stabilný a pri polohe smerom na hor o nestabilný ustálený stav. Správnosť lineárnej náhrady bola overená porovnaním s nelineárnym modelom pre oba prípady v kapitole 3.3. Do modelov bola pridaná dynamika reprezentujúca motor ovládajúci kyvadlo. Matematický model axiálneho rotačného kyvadla bol porovnaný s variantou z článku [13] a vykazoval veľmi podobné chovanie rozdielne len na základe implementácie momentov.

V práci boli uvedené spôsoby akými sa kyvadlá vyšvihujú do polohy smerom zvislo nahor. Použitá bola klasická metóda, založená na využití celkovej energie kyvadla a aj menej známa metóda využívajúca umocňovanie polohy inverzného kyvadla, ktorá tiež preukázala svoju funkčnosť. Výhoda tejto metódy spočíva v jednoduchosti jej implementácie.

V kapitole 3.3 je spomenutý návrh stavového regulátora na riadenie obidvoch prípadov inverzného kyvadla okolo hornej zvislej polohy.

Ako aktuátor bol zvolený elektricky komutovaný motor s permanentnými magnetmi. Motor je ovládaný pomocou algoritmu vektorového riadenia, zabezpečujúceho presné natočenie motora na požadované hodnoty. Tieto druhy motorov sa v kombinácii s vektorovým riadením vyznačujú malým zvlnením momentu, čo je pre našu aplikáciu dôležitým parametrom. Boli spomenuté rozdiely medzi BLDC a PMSM typmi motorov.

Už spomenuté vektorové riadenie natočenia motora bolo implementované na platforme CompactRIO . Princípom je prenášanie 3 fázového dvojrozmerného systému popísaného tromi súradnicovými osami do dvojrozmerného systému s dvomi súradnicovými osami, v ktorom je práca prúdového regulátora sledovať požadovanú hodnotu oveľa jednoduchšia. Výsledky riadiaceho algoritmu sú zobrazené v kapitole 4.4.

Po odladení riadiaceho algoritmu prišlo na návrh embedded riešenia problému riadenia kyvadla. Bol navrhnutý plošný spoj na ktorom bol zapojený mikrokontrolér a výkonová elektronika pozostávajúca z MOSFET tranzistorov a snímačov prúdu. Vybraný bol mikrokontrolér od spoločnosti STMicroelectronics s 32 bitovou architektúrou ARM z rodiny G4. Na mikrokontrolér boli zapojené

komunikačné periférie ako SPI a UART, na komunikáciu z absolútnymi snímačmi polohy AS5048 a pripojenie konzolovej aplikácie na zistenie stavu zariadenia. Bola vysvetlená aj ďalšia základná funkcionálna periféria, špecifická pre tento druh mikrokontroléra. Na pripojenie mikrokontroléra s Matlabom bolo predstavené riešenie pomocou digitálnej formy. Spočívajúce na reprezentácii akčného zásahu a spätnej väzby pomocou PWM signálu. Riešenie odstraňuje problém s rušením oproti analógovému prenosu.

Súčasťou tejto práce je aj návrh brzdneho obvodu pre motory. Obvod pozostáva z komparátora, výkonového tranzistoru a výkonového rezistoru. Dôvodom jeho použitia je prebytočná energia vznikajúca pri zmene smeru otáčania či zastavovaní, ktorá sa prejaví prepätím na napájacom napätí motora. Úlohou obvodu je spálenie prebytočnej energie. Vytvorený bol aj malý plošný spoj pre snímač polohy. Oba spomínané plošné spoje boli vyrobené leptaním v peroxide vodíku a kyseline chlorovodíkovej v Príloha č. 7.

Prezentovaný bol ekosystém spoločnosti STMicroelectronics na riadenie motorov. Počínajúc MotorControl Workbench na výber riadiaceho algoritmu, mapovaním periférie mikrokontroléra a generovaním základných knižníc v STM32CubeMX až po STM32CubeIDE na programovanie mikrokontrolérov. Popísaný bol spôsob režimu debugovania a programovania týchto mikrokontrolérov.

Vytvorený je aj kompletný 3D model prípravku kyvadla prezentovaný na Obrázok č. 5.29 a Obrázok č. 5.30. 3D model obsahuje všetky diely ako sú ložiská či jednotlivé prepájania ramien kyvadla. Všetky plastové súčasti sú vyrobiteľné pomocou 3D tlačiarne. Model je oživený pomocou Simscape toolboxu.

7 CITOVANÉ DIELA

- [1] **Skalický, Jiří.** *Elektrické regulované pohony*. Brno : FEKT Vysokého učení technického v Brně, 2007.
- [2] *Mathematical Modelling and Predictive Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Drives*. **Belda, Květoslav**. Praha : ERGO NOMEN, 2013, Transactions on Electrical Engineering, Zv. 2.
- [3] *Scalar control of Permanent Magnet Synchronous motor*. **Yashvi Parmar, Priyanka Patel, Nitiksha Pancholi, Chand Thakor, Unnati Mali**. 12, Gujarat : International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET), 2016, Zv. 03. e-ISSN: 2395 -0056.
- [4] **National Instruments**. Clarke Transform. [Online] [Dátum: 29. 12 2019.] http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/371093W-01/nimclvfb/dt/eng/generated/controlip.clarketransform_00b20057/.
- [5] **Veselý, Libor**. *Algoritmy bezsnímačového řízení synchronního motoru s permanentními magnety*. Brno : Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013.
- [6] **National Instruments**. Park Transform. [Online] [Dátum: 2019. 12 29.] http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/371093W-01/nimclvfb/dt/eng/generated/controlip.parktransform_00b20051/.
- [7] **National Instruments**. Inverse Park Transform. [Online] [Dátum: 29. 12 2019.] http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/371093W-01/nimclvfb/dt/eng/generated/controlip.inverseparktransform_00b20056/.
- [8] **Šolc, František a Václavek, Pavel**. *Modelování a simulace*. Brno : Ustav Automatizace a Měřící Techniky, 2019. s. 17-22.
- [9] *On the Dynamics of the Furuta Pendulum*. **Cazzolato, Benjamin Seth**. Adelaide : Hindawi Publishing Corporation, March 2011, Journal of Control Science and Engineering, s. 8. 528341.
- [10] **Weisstein, Eric W**. Double pendulum. *scienceworld.wolfram.com*. [Online] 2007. <http://scienceworld.wolfram.com/physics/DoublePendulum.html>.
- [11] **MathWorks**. Linear-Quadratic Regulator (LQR) design. [Online] 2006. <https://www.mathworks.com/help/control/ref/lqr.html>.
- [12] *Swinging up a pendulum by energy control*. **K.J Astrom, K. Futura**. 2, Lund : Automatica, 1999, Zv. 36. 0005-1098.
- [13] *Swinging up the Furuta Pendulum and its Stabilization Via Model Predictive Control*. **Pavol Seman, Boris Rohal'-Ilkiv, Martin Juhás, Michal Salaj**. 3, Bratislava : JEEEC, 2013, Zv. 63. 1335-3632.

- [14] MDK Middleware for USB Device and Host Communication. *KEIL*. [Online] https://www.keil.com/pack/doc/mw/USB/html/_u_s_b_interrupt_transfers.html
- [15] Humusoft. *USER's MANUAL MF 624*. s.l. : Humusoft, 2014.
16. Balogh, Laszlo. Fundamentals of MOSFET and IGBT Gate Driver Circuits. *ti*. [Online] 2018. <http://www.ti.com/lit/ml/slua618a/slua618a.pdf?ts=1589194059540>. SLUA618A.
- [17] *Ten Years of Boundary-Condition- Independent Compact Thermal Modeling of Electronic Parts: A Review*. Lasance, **Clemens J. M.** 2, Eindhoven : Taylor and Francis Group, 2008, Zv. 29. 0145-7632 print / 1521-0537 online.
- [18] Texas Instruments. *UCC27712 620-V, 1.8-A, 2.8-A High-Side Low-Side Gate Driver Datasheet*. 2018. SLUSCE9A .
- [19] *Staying Well Grounded*. **Zumbahlen, Louis**. 06, s.l. : Analog Dialogue, 2012, Zv. 46.
- [20] Autria Micro Systems. *Magnetic Rotary Encoder (14-Bit Angular Position Sensor)*.
- [21] STMicroelectronic. *Reference manual for STM32G4 Series advanced Arm®-based 32-bit MCUs*. 2019. RM0440.

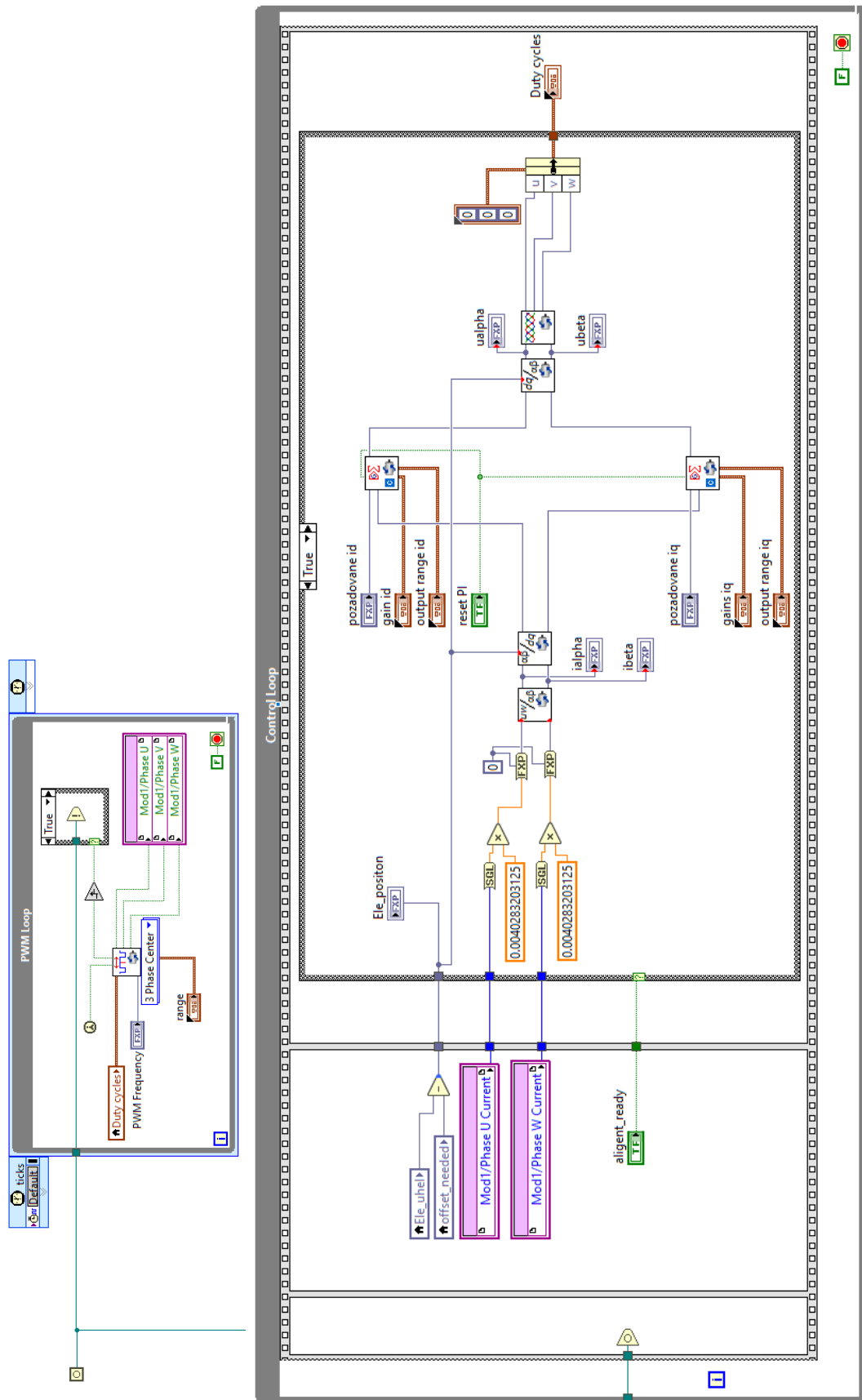
Zoznam príloh

Príloha č. 1 Prúdová slučka	79
Príloha č. 2 Ovládací panel pre riadenie motora.....	80
Príloha č. 3 Výpočet lineárnej náhrady pre axiálne kyvadlo smerom na dol.....	81
Príloha č. 4 Výpočet lineárnej náhrady pre radiálne kyvadlo smerom na hor.....	84
Príloha č. 5 Výpočet lineárnej náhrady pre radiálne kyvadlo smerom na dol	87
Príloha č. 6 Webench výstupy z návrhu spínaného zdroja	90
Príloha č. 7 Plošné spoje	93
Príloha č. 8 Schéma Motor Control BLDC.....	94
Príloha č. 9 Schéma Break circuit.....	95

Zoznam elektronických príloh

Príloha č. 10 Matematické modeli v programe Matlab	
Príloha č. 11 Projekt v LabView na riadenie motora pomocou CompactRIO	
Príloha č. 12 3D zostava rotačného inverzného kyvadla v programe SolidWorks	
Príloha č. 13 3D model oživený s Simscape toolbox a inicializačné súbory	
Príloha č. 14 Projekty plošných spojov v programe Altium Designer	

Príloha č. 1 Prúdová slučka



Príloha č. 2 Ovládací panel pre riadenie motora

Enable

Clear Faults

Drive Status

Drive Disabled (Disabled by fault)

Module Fault Code

0

Module Fault?

offset_needed

0

aligent_ready

Set position duty cycle

u

0.600006

v

0.450012

w

0.450012

SPI

CS 1 Data Out

0

0

Count(Ticks)

500

SPI Parameters

Clock Divider

8

Mode

1

CS Active State

Position

Position

0

Ele_uhel

0

Ele_positon

0

Speed

0

tic_wait

40000

1/Sample period (min)

60000

PID

range

upper limit

0.799988

lower limit

0.059997

gain id

Kp

0.850098

Ki

0.005001

output range id

output low

-1

output high

0.999969

gains iq

Kp

0.419922

Ki

0.067901

output range iq

output low

-1

output high

0.999969

reset PI

Transform

ialpha

0

ibeta

0

pozadovane id

0

pozadovane iq

0.5

ualpha

0

ubeta

0

Duty cycles

u

0

v

0

w

0

PWM Frequency

0.0005

Control loop 2

position setpoint

0

velocity setpoint

0

reset_veocity

gains_position

kp

0

ki

0

pos.

position error limit

16384

gains velocity

kp

0

ki

0

output range position

output low

-32768

output high

32768

output range velocity

output low

-4

output high

4

feedforward gains

vff

0

aff

0

diferencia 2

0

upper limit

0.25

lower limit

-0.25

80

Príloha č. 3 Výpočet lineárnej náhrady pre axiálne kyvadlo smerom na dol

Nelineárne rovnice:

$$\begin{bmatrix} \left(\ddot{\theta}_1 (\hat{f}_0 + \hat{f}_2 \sin^2(\theta_2)) + m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + \right. \\ \left. -m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \hat{f}_2 \sin(2\theta_2) + b_1 \dot{\theta}_1 \right) \\ \left(\ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + \ddot{\theta}_2 \hat{f}_2 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_2) \right) \\ \left. + b_2 \dot{\theta}_2 + g m_2 l_2 \sin(\theta_2) \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}.$$

Hodnoty stavových premenných rovnovážneho stavu kyvadla smerom na dol

$$\theta_1 = 0,$$

$$\theta_2 = 0,$$

$$\dot{\theta}_1 = 0,$$

$$\dot{\theta}_2 = 0,$$

$$\ddot{\theta}_1 = 0,$$

$$\ddot{\theta}_2 = 0.$$

Parciálne derivácie prvej rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} = \hat{f}_0 + \hat{f}_2 \sin^2(\theta_2) = \big|_{z=z_0} \hat{f}_0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} = m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2 L_1 l_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} = \dot{\theta}_2 \hat{f}_2 \sin(2\theta_2) + b_1 = \big|_{z=z_0} b_1$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} = -2m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1 \hat{f}_2 \sin(2\theta_2) = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = 0 = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \theta_2} &= 2\ddot{\theta}_1 \hat{f}_2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) - m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 \\ &\quad + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \hat{f}_2 \cos(2\theta_2) = \big|_{z=z_0} 0 \end{aligned}$$

Parciálne derivácie druhej rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} = m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2 L_1 l_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} = \hat{f}_2 = \big|_{z=z_0} \hat{f}_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} = -\dot{\theta}_1 \sin(2\theta_2) = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} = b_2 = \big|_{z=z_0} b_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = 0 = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = -\ddot{\theta}_1 m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) - \dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) + g m_2 l_2 \cos(\theta_2) = \big|_{z=z_0} g m_2 l_2$$

Dosadenie parciálnych derivácií do Taylorovej rady:

$$\begin{aligned} f_{lin1} &= f(z_0) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} \ddot{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} \ddot{\theta}_2 + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \theta_1 + \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \theta_2 = \\ &= \hat{f}_0 \ddot{\theta}_1 + m_2 L_1 l_2 \ddot{\theta}_2 + b_1 \dot{\theta}_1 \end{aligned}$$

$$f_{lin2} = m_2 L_1 l_2 \ddot{\theta}_1 + \hat{f}_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 \dot{\theta}_2 + g m_2 l_2 \theta_2$$

Dosadenie do maticového tvaru kvôli vyjadreniu $\ddot{\theta}$

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_0 & m_2 L_1 l_2 \\ m_2 L_1 l_2 & -\hat{f}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 & 0 \\ 0 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -g m_2 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_0 & m_2 L_1 l_2 \\ m_2 L_1 l_2 & \hat{f}_2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \begin{bmatrix} \hat{f}_2 & -m_2 L_1 l_2 \\ -m_2 L_1 l_2 & \hat{f}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \begin{bmatrix} \hat{f}_2 & -m_2 L_1 l_2 \\ -m_2 L_1 l_2 & \hat{f}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b_1 \dot{\theta}_1 + \tau_1 \\ -b_2 \dot{\theta}_2 - g m_2 l_2 \theta_2 \end{bmatrix}$$

Výsledne rovnice:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\hat{f}_2(-b_1 \dot{\theta}_1 + \tau_1) - m_2 L_1 l_2(-b_2 \dot{\theta}_2 - g m_2 l_2 \theta_2)}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{-m_2 L_1 l_2(-b_1 \dot{\theta}_1 + \tau_1) + \hat{f}_0(-b_2 \dot{\theta}_2 - g m_2 l_2 \theta_2)}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}$$

Po roznásobení:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-b_1 \hat{f}_2 \dot{\theta}_1 + \hat{f}_2 \tau_1 + b_2 m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_2 + g m_2^2 l_2^2 L_1 \theta_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{b_1 m_2 L_1 l_2 \dot{\theta}_1 - m_2 L_1 l_2 \tau_1 - b_2 \hat{f}_0 \dot{\theta}_2 - g m_2 l_2 \hat{f}_0 \theta_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}$$

Substitúcia:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_1 = x_3$$

Dosadenie:

$$\dot{x}_3 = \frac{-b_1 \hat{f}_2 x_3 + \hat{f}_2 \tau_1 + b_2 m_2 L_1 l_2 x_4 + g m_2^2 l_2^2 L_1 x_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{b_1 m_2 L_1 l_2 x_3 - m_2 L_1 l_2 \tau_1 - b_2 \hat{f}_0 x_4 - g m_2 l_2 \hat{f}_0 x_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}$$

Dosadenie do stavových rovníc $\dot{x} = Ax + Bu$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{g m_2^2 l_2^2 L_1}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} & \frac{-b_1 \hat{f}_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} & \frac{b_2 m_2 L_1 l_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \\ 0 & \frac{-g m_2 l_2 \hat{f}_0}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} & \frac{b_1 m_2 L_1 l_2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} & \frac{-b_2 \hat{f}_0}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \hat{f}_2 \\ \frac{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \\ -m_2 L_1 l_2 \\ \frac{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2}{\hat{f}_0 \hat{f}_2 - m_2^2 L_1^2 l_2^2} \end{bmatrix}$$

Príloha č. 4 Výpočet lineárnej náhrady pre radiálne kyvadlo smerom na hor

Nelineárne rovnice:

$$\begin{bmatrix} \left(\begin{array}{l} (m_1 + m_2)l_1\ddot{\theta}_1 + m_2l_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ + m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g(m_1 + m_2) \sin(\theta_1) \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} m_2l_2\ddot{\theta}_2 + m_2l_1\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ - m_2l_1\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2g \sin(\theta_2) \end{array} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

Hodnoty stavových premenných rovnovážneho stavu kyvadla smerom na hor

$$\theta_1 = \pi,$$

$$\theta_2 = \pi,$$

$$\dot{\theta}_1 = 0,$$

$$\dot{\theta}_2 = 0,$$

$$\ddot{\theta}_1 = 0,$$

$$\ddot{\theta}_2 = 0.$$

Parciálne derivácie prvej rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} = (m_1 + m_2)l_1 = \big|_{z=z_0} (m_1 + m_2)l_1$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} = m_2l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2l_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} = 2m_2l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_2 = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \theta_1} &= -m_2l_2\ddot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + g(m_1 + m_2) \cos(\theta_1) \\ &= \big|_{z=z_0} -g(m_1 + m_2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = m_2l_2\ddot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \big|_{z=z_0} 0$$

Parciálne derivácie druhej rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} = m_2l_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2l_1$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} = m_2l_2 = \big|_{z=z_0} m_2l_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} = -2m_2 l_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1 = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = -m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2 l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g \cos(\theta_2) = \big|_{z=z_0} -m_2 g$$

Dosadenie parciálnych derivácií do Taylorovej rady:

$$f_{lin1} = f(z_0) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} \ddot{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} \ddot{\theta}_2 + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \theta_1 + \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \theta_2 =$$

$$= (m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 + b_1 \dot{\theta}_1 - g(m_1 + m_2) \theta_1$$

$$f_{lin2} = m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 \dot{\theta}_2 - m_2 g \theta_2$$

Dosadenie do maticového tvaru kvôli vyjadreniu $\ddot{\theta}$

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1 & m_2 l_2 \\ m_2 l_1 & m_2 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 & 0 \\ 0 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g(m_1 + m_2) & 0 \\ 0 & m_2 g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1 & m_2 l_2 \\ m_2 l_1 & m_2 l_2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \begin{bmatrix} m_2 l_2 & -m_2 l_2 \\ -m_2 l_1 & (m_1 + m_2) l_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \begin{bmatrix} m_2 l_2 & -m_2 l_2 \\ -m_2 l_1 & (m_1 + m_2) l_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b_1 \dot{\theta}_1 + g(m_1 + m_2) \theta_1 + \tau_1 \\ -b_2 \dot{\theta}_2 + m_2 g \theta_2 \end{bmatrix}$$

Výsledne rovnice:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{m_2 l_2 (-b_1 \dot{\theta}_1 + g(m_1 + m_2) \theta_1 + \tau_1) - m_2 l_2 (-b_2 \dot{\theta}_2 + m_2 g \theta_2)}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{-m_2 l_1 (-b_1 \dot{\theta}_1 + g(m_1 + m_2) \theta_1 + \tau_1) + (m_1 + m_2) l_1 (-b_2 \dot{\theta}_2 + m_2 g \theta_2)}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}$$

Po roznásobení:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-m_2 l_2 b_1 \dot{\theta}_1 + m_2 l_2 g(m_1 + m_2) \theta_1 + m_2 l_2 \tau_1 + m_2 l_2 \dot{\theta}_2 - m_2^2 l_2 g \theta_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}$$

$$\ddot{\theta}_2$$

$$= \frac{m_2 l_1 b_1 \dot{\theta}_1 - m_2 l_1 g(m_1 + m_2) \theta_1 - m_2 l_1 \tau_1 - (m_1 + m_2) l_1 b_2 \dot{\theta}_2 + (m_1 + m_2) l_1 m_2 g \theta_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}$$

Substitúcia:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_1 = x_3$$

Dosadenie:

$$\dot{x}_3 = \frac{-m_2 l_2 b_1 x_3 + m_2 l_2 g(m_1 + m_2)x_1 + m_2 l_2 \tau_1 + m_2 l_2 x_4 - m_2^2 l_2 g x_2}{(m_1 + m_2)l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \frac{m_2 l_1 b_1 x_3 - m_2 l_1 g(m_1 + m_2)x_1 - m_2 l_1 \tau_1 - (m_1 + m_2)l_1 b_2 x_4 + (m_1 + m_2)l_1 m_2 g x_2}{(m_1 + m_2)l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \end{aligned}$$

Dosadenie do stavových rovníc $\dot{x} = Ax + Bu$

$$M = (m_1 + m_2)l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{m_2 l_2 g(m_1 + m_2)}{M} & \frac{-m_2^2 l_2 g}{M} & \frac{-m_2 l_2 b_1}{M} & \frac{m_2 l_2}{M} \\ \frac{-m_2 l_1 g(m_1 + m_2)}{M} & \frac{(m_1 + m_2)l_1 m_2}{M} & \frac{m_2 l_1 b_1}{M} & \frac{-(m_1 + m_2)l_1 b_2}{M} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{m_2 l_2}{M} \\ \frac{-m_2 l_1}{M} \end{bmatrix}$$

Príloha č. 5 Výpočet lineárnej náhrady pre radiálne kyvadlo smerom na dol

$$\begin{bmatrix} \left(\begin{array}{l} (m_1 + m_2)l_1\ddot{\theta}_1 + m_2l_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ + m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g(m_1 + m_2) \sin(\theta_1) \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} m_2l_2\ddot{\theta}_2 + m_2l_1\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ - m_2l_1\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2g \sin(\theta_2) \end{array} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

Hodnoty stavových premenných rovnovážneho stavu kyvadla smerom na dol

$$\theta_1 = 0,$$

$$\theta_2 = 0,$$

$$\dot{\theta}_1 = 0,$$

$$\dot{\theta}_2 = 0,$$

$$\ddot{\theta}_1 = 0,$$

$$\ddot{\theta}_2 = 0.$$

Parciálne derivácie prvej rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} = (m_1 + m_2)l_1 = \big|_{z=z_0} (m_1 + m_2)l_1$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} = m_2l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2l_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} = 2m_2l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_2 = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \theta_1} &= -m_2l_2\ddot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + g(m_1 + m_2) \cos(\theta_1) \\ &= \big|_{z=z_0} g(m_1 + m_2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = m_2l_2\ddot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \big|_{z=z_0} 0$$

Parciálne derivácie druhej rovnice:

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} = m_2l_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2l_1$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} = m_2l_2 = \big|_{z=z_0} m_2l_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} = -2m_2l_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_1 = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = -m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2 l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) = \big|_{z=z_0} 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g \cos(\theta_2) = \big|_{z=z_0} m_2 g$$

Dosadenie partiálnych derivácií do Taylorovej rady:

$$\begin{aligned} f_{lin1} &= f(z_0) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_1} \ddot{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}_2} \ddot{\theta}_2 + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \theta_1 + \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \theta_2 = \\ &= (m_1 + m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 + b_1 \dot{\theta}_1 + g(m_1 + m_2) \theta_1 \\ f_{lin2} &= m_2 l_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 \dot{\theta}_2 + m_2 g \theta_2 \end{aligned}$$

Dosadenie do maticového tvaru kvôli vyjadreniu $\ddot{\theta}$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1 & m_2 l_2 \\ m_2 l_1 & m_2 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -b_1 & 0 \\ 0 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -g(m_1 + m_2) & 0 \\ -m_2 g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1 & m_2 l_2 \\ m_2 l_1 & m_2 l_2 \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \begin{bmatrix} m_2 l_2 & -m_2 l_2 \\ -m_2 l_1 & (m_1 + m_2) l_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \begin{bmatrix} m_2 l_2 & -m_2 l_2 \\ -m_2 l_1 & (m_1 + m_2) l_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b_1 \dot{\theta}_1 - g(m_1 + m_2) \theta_1 + \tau_1 \\ -b_2 \dot{\theta}_2 - m_2 g \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Výsledne rovnice:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \frac{m_2 l_2 (-b_1 \dot{\theta}_1 - g(m_1 + m_2) \theta_1 + \tau_1) - m_2 l_2 (-b_2 \dot{\theta}_2 - m_2 g \theta_2)}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{-m_2 l_1 (-b_1 \dot{\theta}_1 - g(m_1 + m_2) \theta_1 + \tau_1) + (m_1 + m_2) l_1 (-b_2 \dot{\theta}_2 - m_2 g \theta_2)}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \end{aligned}$$

Po roznásobení:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \frac{-m_2 l_2 b_1 \dot{\theta}_1 - m_2 l_2 g(m_1 + m_2) \theta_1 + m_2 l_2 \tau_1 + m_2 l_2 b_2 \dot{\theta}_2 + m_2^2 l_2 g \theta_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{m_2 l_1 b_1 \dot{\theta}_1 + m_2 l_1 g(m_1 + m_2) \theta_1 - m_2 l_1 \tau_1 - (m_1 + m_2) l_1 b_2 \dot{\theta}_2 - (m_1 + m_2) l_1 m_2 g \theta_2}{(m_1 + m_2) l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \end{aligned}$$

Substitúcia;

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_1 = x_3$$

Dosadenie:

$$\dot{x}_3 = \frac{-m_2 l_2 b_1 x_3 - m_2 l_2 g(m_1 + m_2)x_1 + m_2 l_2 \tau_1 + m_2 l_2 b_2 x_4 + m_2^2 l_2 g x_2}{(m_1 + m_2)l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \frac{m_2 l_1 b_1 x_3 + m_2 l_1 g(m_1 + m_2)x_1 - m_2 l_1 \tau_1 - (m_1 + m_2)l_1 b_2 x_4 - (m_1 + m_2)l_1 m_2 g x_2}{(m_1 + m_2)l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2} \end{aligned}$$

Dosadenie do stavových rovníc $\dot{x} = Ax + Bu$

$$\begin{aligned} M &= (m_1 + m_2)l_1 m_2 l_2 - m_2^2 l_1 l_2 \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-m_2 l_2 g(m_1 + m_2)}{M} & \frac{m_2^2 l_2 g}{M} & \frac{-m_2 l_2 b_1}{M} & \frac{m_2 l_2}{M} \\ \frac{-m_2 l_1 g(m_1 + m_2)}{M} & \frac{-(m_1 + m_2)l_1 m_2}{M} & \frac{m_2 l_1 b_1}{M} & \frac{-(m_1 + m_2)l_1 b_2}{M} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{m_2 l_2}{M} \\ \frac{-m_2 l_1}{M} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Príloha č. 6 Webench výstupy z návrhu spínaného zdroja

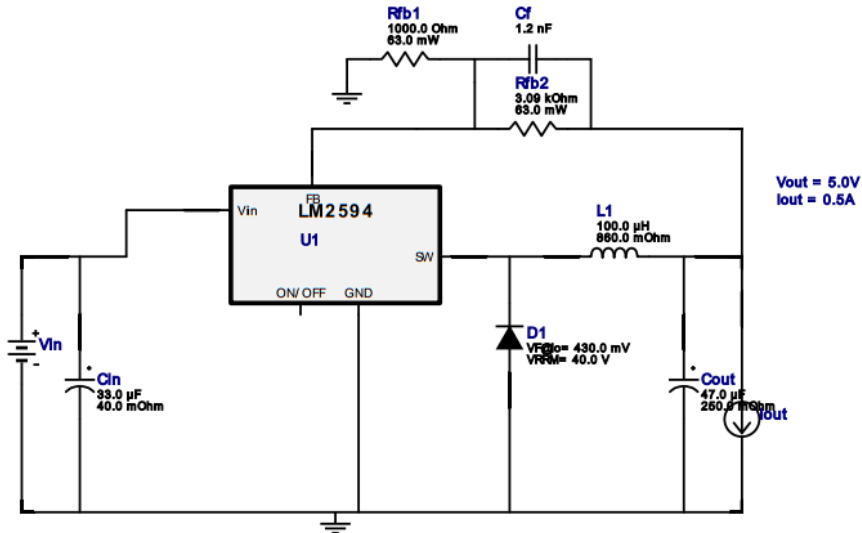


WEBENCH® Design Report

Design : 10 LM2594MX-ADJ/NOPB
LM2594MX-ADJ/NOPB 10V-25V to 5.00V @ 0.5A


VinMin = 10.0V
VinMax = 25.0V
Vout = 5.0V
Iout = 0.5A

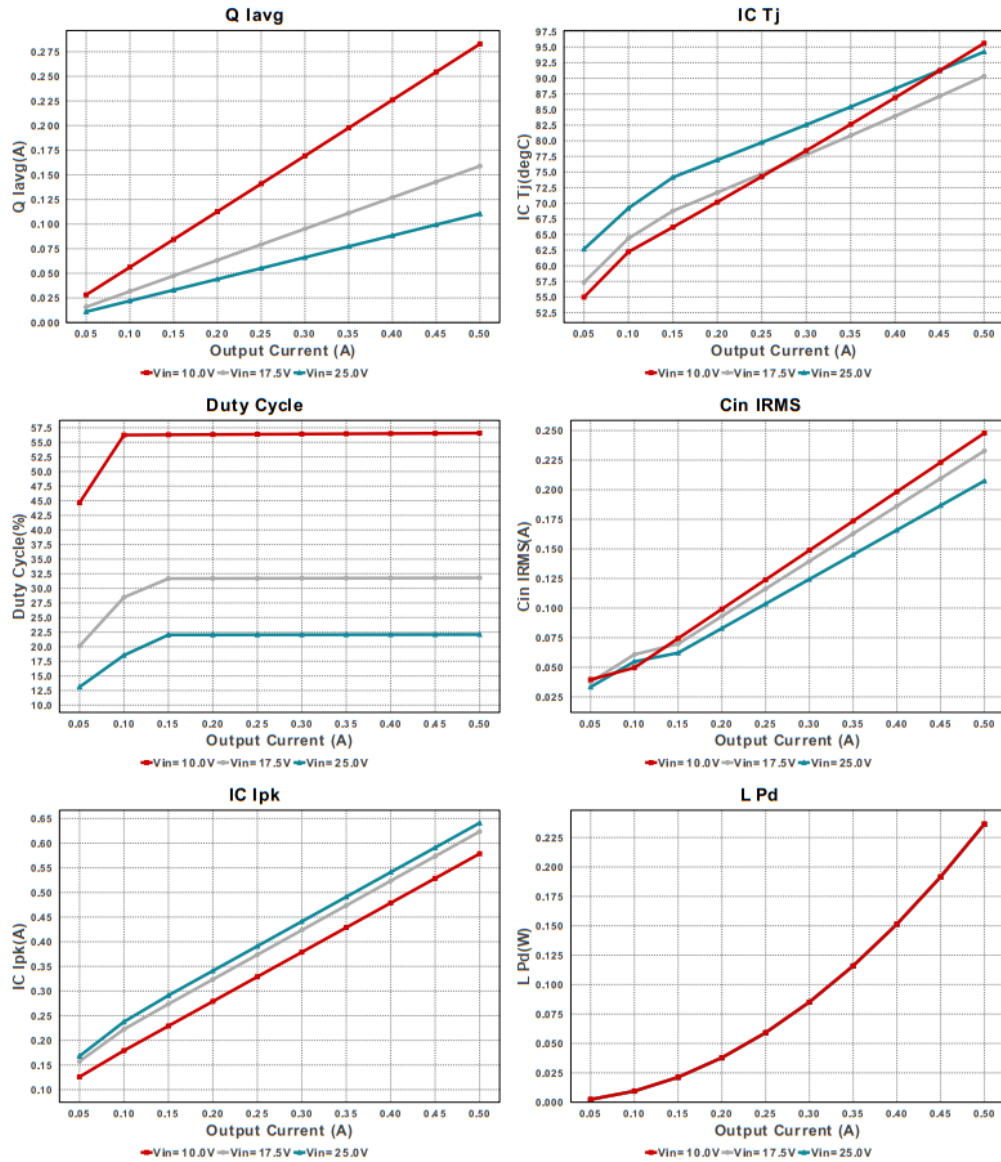
Device = LM2594MX-ADJ/NOPB
Topology = Buck
Created = 2020-02-26 05:09:00.074
BOM Cost = \$10.31
BOM Count = 8
Total Pd = 0.84W

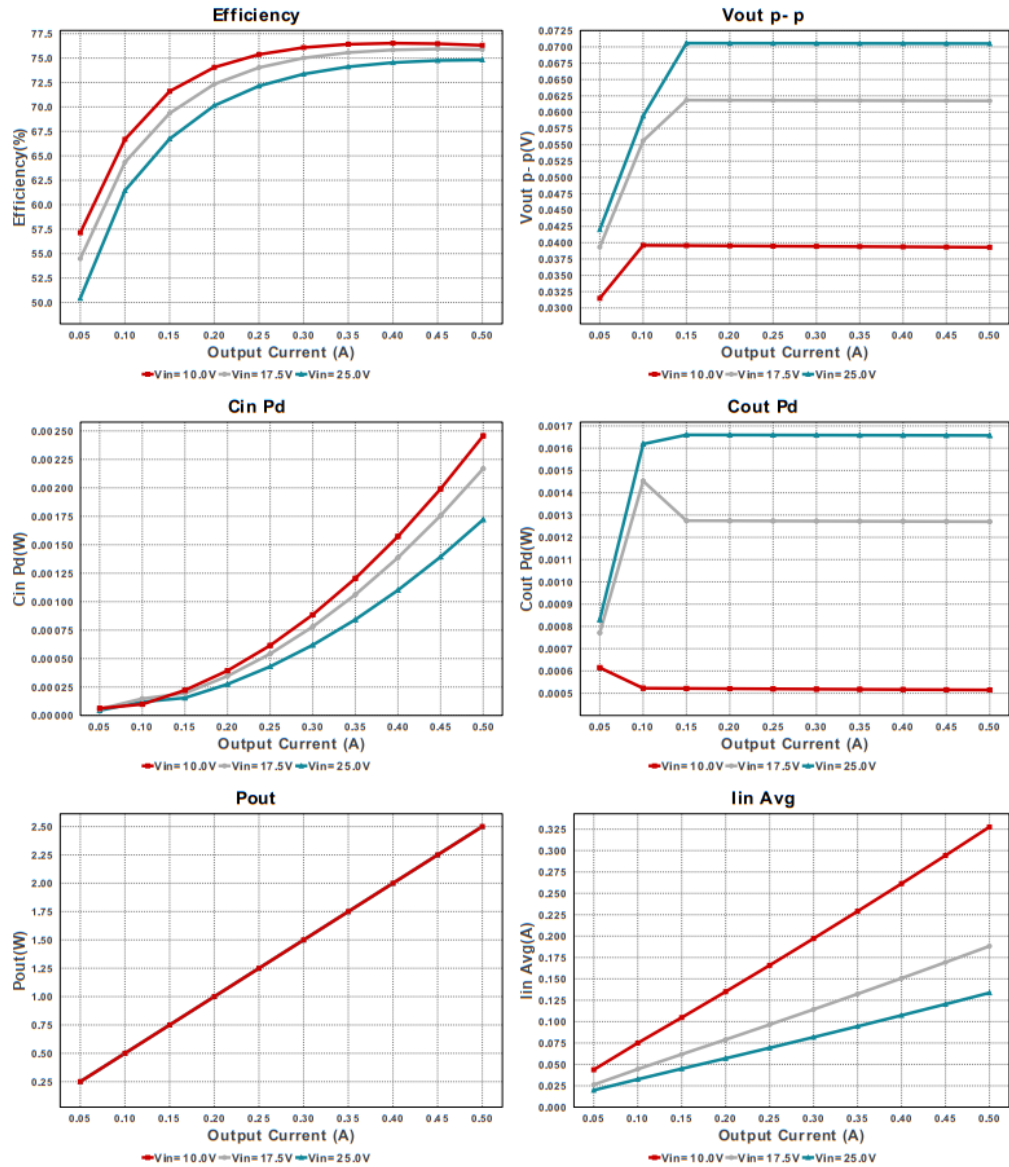


Electrical BOM

Name	Manufacturer	Part Number	Properties	Qty	Price	Footprint
Cf	Samsung Electro-Mechanics	CL21C122JBFNNNE Series= C0G/NP0	Cap= 1.2 nF VDC= 50.0 V IRMS= 0.0 A	1	\$0.02	0805 7 mm ²
Cin	Panasonic	EEH2C1H330XP Series= ZC	Cap= 33.0 uF ESR= 40.0 mOhm VDC= 50.0 V IRMS= 1.1 A	1	\$1.89	SM_RADIAL_6.3BMM 80 mm ²
Cout	AVX	TPSB476K010R0250 Series= TPS	Cap= 47.0 uF ESR= 250.0 mOhm VDC= 10.0 V IRMS= 525.0 mA	1	\$0.18	3528-21 17 mm ²
D1	CUSTOM	CUSTOM	VF@Io= 430.0 mV VRRM= 40.0 V	1	\$2.00	SOD-123F 2 mm ²
L1	CUSTOM	CUSTOM	L= 100.0 uH 860.0 mOhm	1	\$5.00	IND_NPI34W 32 mm ²
Rfb1	Vishay-Dale	CRCW04021K00FKED Series= CRCW..e3	Res= 1000.0 Ohm Power= 63.0 mW Tolerance= 1.0%	1	\$0.01	0402 3 mm ²
Rfb2	Vishay-Dale	CRCW04023K09FKED Series= CRCW..e3	Res= 3.09 kOhm Power= 63.0 mW Tolerance= 1.0%	1	\$0.01	0402 3 mm ²

Name	Manufacturer	Part Number	Properties	Qty	Price	Footprint
U1	Texas Instruments	LM2594MX-ADJ/NOPB	Switcher	1	\$1.20	 M08A 55 mm²





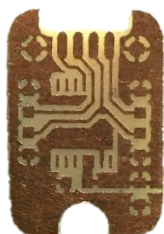
Operating Values

#	Name	Value	Category	Description
1.	BOM Count	8		Total Design BOM count
2.	Total BOM	\$10.306		Total BOM Cost
3.	Cin IRMS	207.428 mA	Capacitor	Input capacitor RMS ripple current
4.	Cin Pd	1.721 mW	Capacitor	Input capacitor power dissipation
5.	Cout IRMS	81.416 mA	Capacitor	Output capacitor RMS ripple current
6.	Cout Pd	1.657 mW	Capacitor	Output capacitor power dissipation
7.	Diode Pd	167.51 mW	Diode	Diode power dissipation
8.	IC Ipk	641.016 mA	IC	Peak switch current in IC
9.	IC Pd	428.28 mW	IC	IC power dissipation
10.	IC TJ	94.242 degC	IC	IC junction temperature
11.	IC Tolerance	0.0 V	IC	IC Feedback Tolerance
12.	ICThetaJA	150.0 degC/W	IC	IC junction-to-ambient thermal resistance
13.	Iin Avg	133.67 mA	IC	Average input current
14.	L Ipp	282.033 mA	Inductor	Peak-to-peak inductor ripple current
15.	L Pd	236.5 mW	Inductor	Inductor power dissipation
16.	Q lavg	110.452 mA	Mosfet	Q lavg
17.	Cin Pd	1.721 mW	Power	Input capacitor power dissipation
18.	Cout Pd	1.657 mW	Power	Output capacitor power dissipation
19.	Diode Pd	167.51 mW	Power	Diode power dissipation
20.	IC Pd	428.28 mW	Power	IC power dissipation
21.	L Pd	236.5 mW	Power	Inductor power dissipation
22.	Total Pd	841.787 mW	Power	Total Power Dissipation
23.	Cross Freq	33.113 kHz	System	Bode plot crossover frequency
24.	Duty Cycle	22.09 %	Information	Duty cycle
25.	Efficiency	74.81 %	System	Steady state efficiency
26.	FootPrint	349.0 mm²	Information	Total Foot Print Area of BOM components
27.	Frequency	150.0 kHz	System	Switching frequency
28.	Iout	500.0 mA	Information	Iout operating point
29.	Mode	CCM	System	Conduction Mode
30.	Phase Marg	94.765 deg	Information	Bode Plot Phase Margin
31.	Pout	2.5 W	System	Total output power
32.	Vin	25.0 V	Information	Vin operating point
33.	Vout Actual	5.031 V	System	Vout Actual calculated based on selected voltage divider resistors
34.	Vout Tolerance	1.526 %	Information	Vout Tolerance based on IC Tolerance (no load) and voltage divider resistors if applicable
35.	Vout p-p	70.508 mV	System	Peak-to-peak output ripple voltage
36.	Q Vsat Act	849.16 mV	Information	Q Vsat

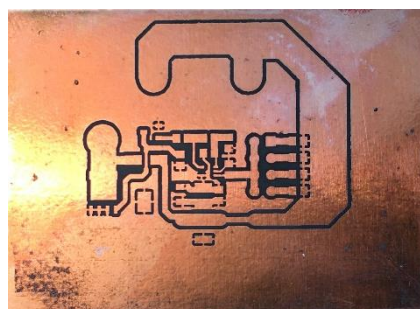
Design Inputs

Name	Value	Description
Iout	500.0 m	Maximum Output Current
VinMax	25.0	Maximum input voltage
VinMin	10.0	Minimum input voltage
Vout	5.0	Output Voltage
base_pn	LM2594	Base Product Number
source	DC	Input Source Type
Ta	30.0	Ambient temperature

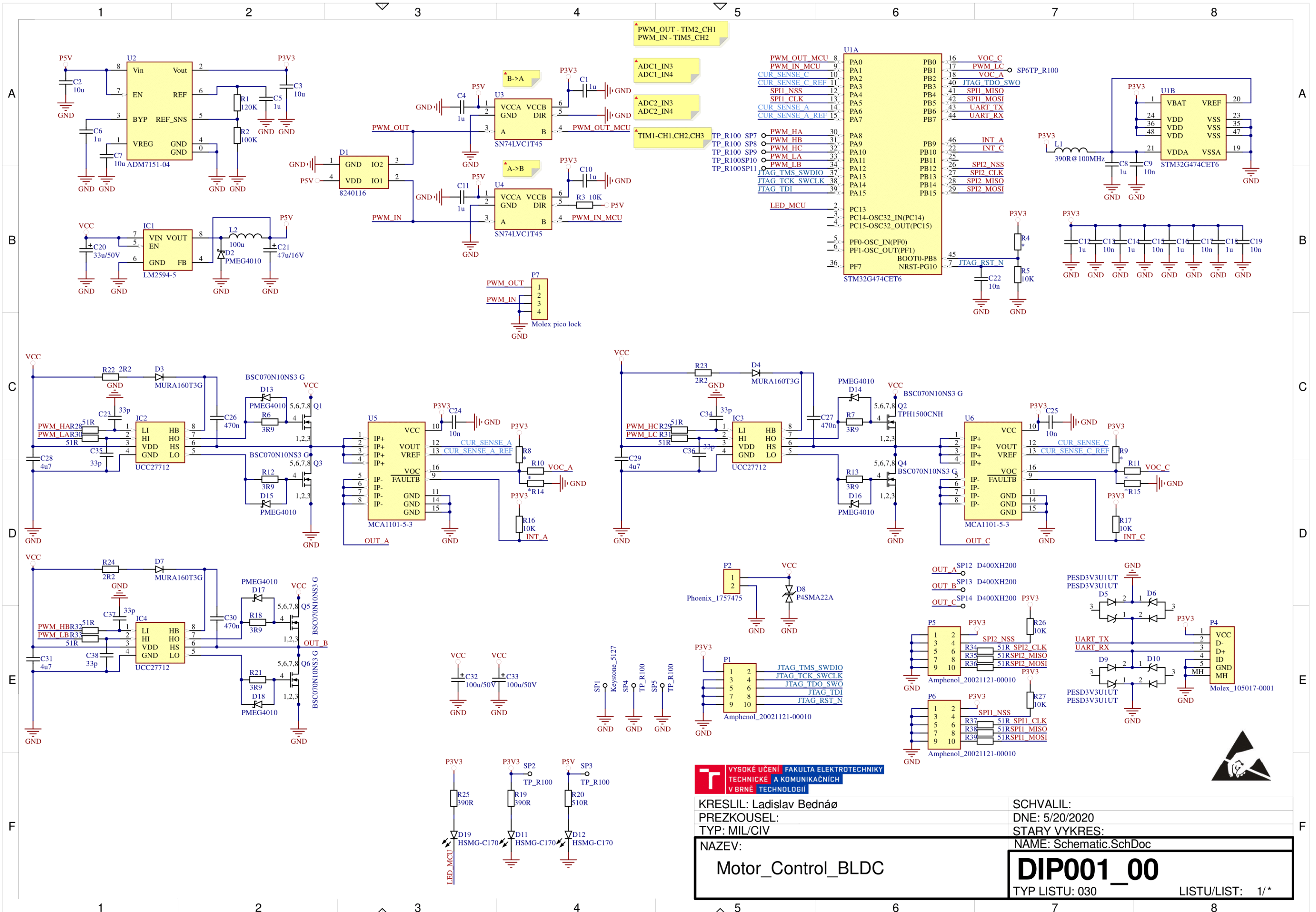
Príloha č. 7 Plošné spoje



Plošný spoj snímača polohy



Plošný spoj brzdného obvodu



<p>VYSOKÉ UČENÍ FAKULTA ELEKTROTECHNIKY TECHNICKÉ A KOMUNIKAČNÍCH V BRNĚ TECHNOLOGIÍ</p> <p>KRESLIL: Ladislav Bednár PREZKOUSEL: TYP: MIL/CIV NAZEV: Motor_Control_BLDC</p>	<p>SCHVALIL: DNE: 5/20/2020 STARY VYKRES: NAME: Schematic.SchDoc</p> <p>DIP001_00 TYP LISTU: 030 LISTU/LIST: 1/*</p>
---	---

Príloha č. 9 Schéma Break circuit

